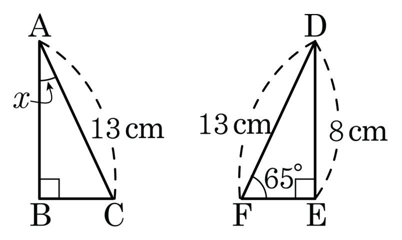
1. 합동인 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $\angle x$의 크기는?



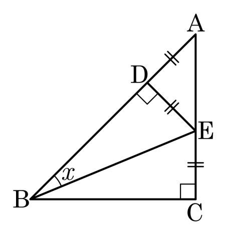
① 65° ② 55° ③ 45° ④ 35° ⑤ 25°

해설

$\triangle$ABC, $\triangle$DEF 는 서로 합동이다.

$\therefore \angle x = \angle \mathrm{FDE} = 180° - 90° - 65° = 25°$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 22°　② 22.5°　③ 23°

④ 23.5°　⑤ 25°

해설

$\triangle$DBE 와 $\triangle$CBE 에 대하여

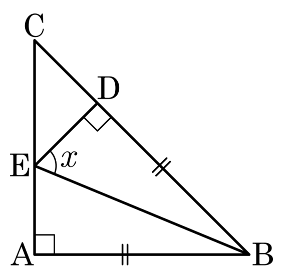
$\angle BDE = \angle BCE = 90°$, $\overline{DE} = \overline{CE}$,

$\overline{BE}$ 는 공통, $\triangle DBE \equiv \triangle CBE$ (RHS 합동)

$\angle DBE = \angle CBE$ 이고 $\angle DBE + \angle CBE = \angle ABC = 45°$ 이므로

$\therefore \angle x = \angle DBE = 22.5°$

3. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



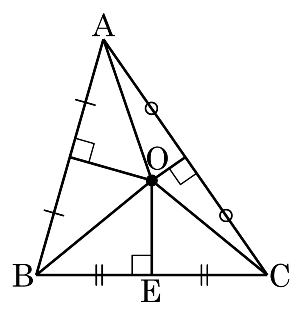
① 60° ② 62.5° ③ 65° ④ 67.5° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle B = 45°$
$\triangle BED \equiv \triangle BEA$(RHS합동) 이므로
$\angle BEA = \angle BED = \angle x$
$\therefore \angle x = 135° \times \dfrac{1}{2} = 67.5°$

4. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( ) 안에 들어갈 내용으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

(증명)
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.

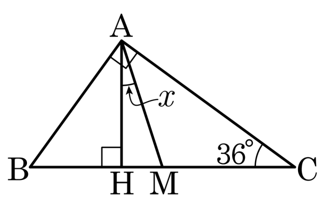


점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로 $\overline{OA} = ($ ㄱ $)$,
$\overline{OA} = \overline{OC}$
$\therefore \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCE$ 에서
$\overline{OB} = ($ ㄴ $)$,
$\angle BEO = \angle CEO = 90°$,
(ㄷ)는 공통인 변
$\therefore \triangle OBE \equiv \triangle OCE$ (ㄹ 합동)
$\therefore \overline{BE} = ($ ㅁ $)$
즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.
따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

① ㄱ. $\overline{OB}$　② ㄴ. $\overline{OC}$　③ ㄷ. $\overline{OE}$
④ ㄹ. SSS　⑤ ㅁ. $\overline{CE}$

해설
$\triangle OBE \equiv \triangle OCE$ 는 RHS 합동이다.

5. 다음 그림에서 점 M 은 직각삼각형 ABC 의 외심이고 $\angle C = 36°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

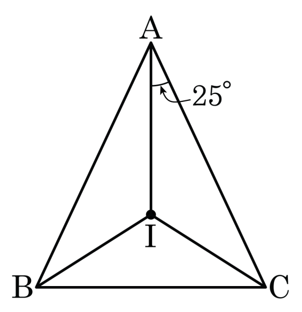


① 15° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 25°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM}$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 은 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle ACM = \angle CAM = 36° \cdots$ ㉠
또, 삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
$\angle ABC = 180° - 90° - 36° = 54°$ 이다.
$\angle BAH = 180° - \angle ABC - 90° = 180° - 54° - 90° = 36° \cdots$ ㉡
$\angle A = 90°$ 이고, $\angle HAM = \angle A - \angle BAH - \angle CAM$ 이므로
㉠, ㉡에 의해서 $\angle HAM = 90° - 36° - 36° = 18°$
따라서 $x = 18°$ 이다.

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle CAI = 25°$일 때, $\angle BIC$의 크기는?



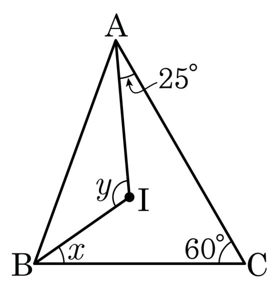
① $105°$　② $110°$　③ $115°$　④ $120°$　⑤ $125°$

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle CAI = 25°$ 이면 $\angle BAI = 25°$이다.
$\angle A = \angle BAC = 50°$
$\therefore\ \angle BIC = 90° + \frac{1}{2} \times 50° = 115°$

7. 다음 그림의 $\triangle$ABC에서 점 I는 내심이다. $\angle$CAI $= 25°$, $\angle$ACB $= 60°$일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?



① $120°$　② $125°$　③ $145°$　④ $155°$　⑤ $165°$

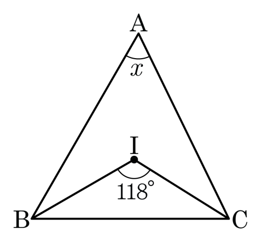
해설

ⅰ) $\angle y = 90° + \frac{1}{2} \times 60° = 120°$

ⅱ) $\angle x + 25° + 30° = 90°$ $\therefore \angle x = 35°$

$\therefore \angle x + \angle y = 155°$

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, $\angle$BIC $=$ $118\,^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}\,^\circ$

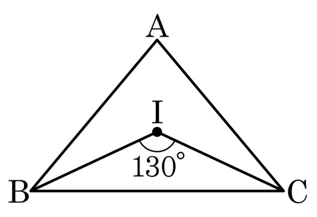
▷ 정답 : $56\,^\circ$

해설

$90\,^\circ + \frac{1}{2}\angle x = 118\,^\circ$

$\therefore \angle x = 56\,^\circ$

9. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.



$\angle BIC = 130°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답: ______ °

▷ 정답: 80 °

해설

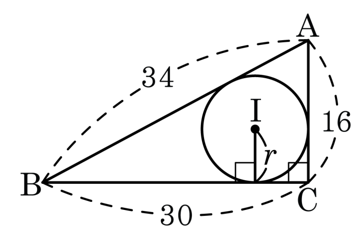
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC$

$130° = 90° + \frac{1}{2}\angle BAC$

$\frac{1}{2}\angle BAC = 40°$

$\therefore \ \angle BAC = 80°$

10. 다음 그림에서 점 I 는 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 내접원의 반지름 길이 r 의 값은?



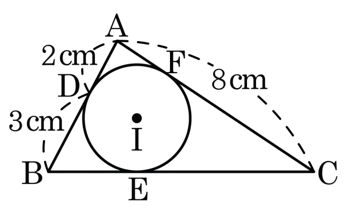
① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

($\triangle$ABC 의 넓이)$= 30 \times 16 \times \dfrac{1}{2} = 240$

$240 = \dfrac{1}{2} \times r \times 80$ 이므로 따라서 $r = 6$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, CA 의 접점이다. $\overline{AD} = 2\text{cm}, \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

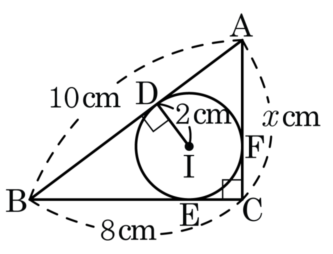


① 6cm ② 7cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 10cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{AD} = \overline{AF} = 2\text{cm}, \overline{BE} = \overline{BD} = 3\text{cm}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{CF} = 6\text{cm} = \overline{CE}$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 3 + 6 = 9(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 가 내접원의 접점일 때, x 값을 구하여라.



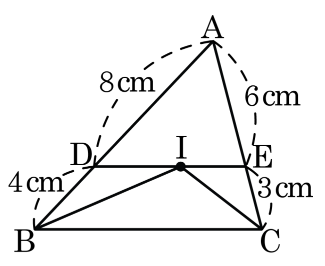
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
내심의 반지름이 2 이므로 $\overline{CE} = \overline{CF} = 2$ 이다.
$\overline{BE} = 6 = \overline{BD}, \overline{AD} = 4 = \overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림에서 점 I 가 △ABC 의 내심일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는? (단, $\overline{DE}$ $//\overline{BC}$)

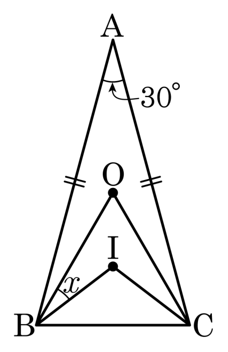


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\mathrm{cm})$ 이다.

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

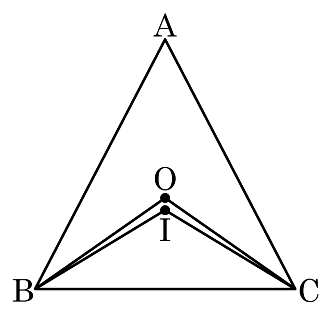


① 15　② 22.5　③ 25　④ 27.5　⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때,
$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 30^\circ$ 이므로
$\angle ABC = 75^\circ$, $\angle BOC = 60^\circ$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,
$\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30^\circ + 90^\circ = 105^\circ$ 이다.
$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60^\circ$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75^\circ = 37.5^\circ$ 이다.
따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60^\circ - 37.5^\circ = 22.5^\circ$ 이다.

15. 다음 그림에서 삼각형 ABC 의 외심과 내심이 각각 O, I 이고 $\angle BOC = 110^\circ$ 일 때, $\angle BIC + \angle A$ 의 크기는 몇 도인가?



① 166°　② 168.5°　③ 170°
④ 172.5°　⑤ 178°

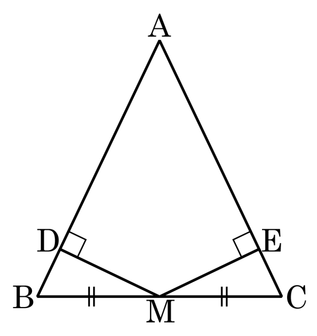
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle BOC = 110^\circ$, $\angle A = 55^\circ$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 55^\circ + 90^\circ = 117.5^\circ$ 이다.

따라서 $\angle BIC + \angle A = 117.5^\circ + 55^\circ = 172.5^\circ$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

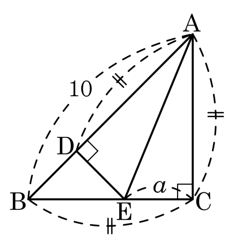


① $\overline{BM} = \overline{CM}$
② $\angle B = \angle C$
③ $\overline{BD} = \overline{CE}$
④ $\angle BMD = \angle CME$
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서
i) $\overline{MB} = \overline{MC}$
ii) $\angle B = \angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)
iii) $\angle MDB = \angle MEC = 90°$
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \equiv \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.
따라서 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다.

17. 다음 직각이등변삼각형에서 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AC}}$, $\overline{\mathrm{ED}} \perp \overline{\mathrm{AB}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 a 로 나타내면?



① $2a$　② $a+2$　③ $\dfrac{a+10}{2}$

④ $10-2a$　⑤ $10-a$

해설

$\triangle\mathrm{ADE} \equiv \triangle\mathrm{ACE}$(RHS 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BC}}$

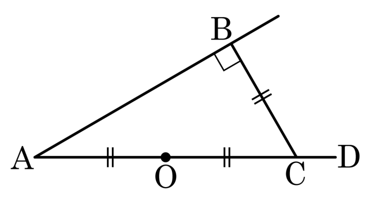
$\therefore \angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{B} = 45°$

$\angle\mathrm{BDE} = 90°, \angle\mathrm{B} = 45°$ 이므로 $\angle\mathrm{BED} = 180° - (90° + 45°) = 45°$

$\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{BED}$ 이므로 $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CE}} = a$

$\therefore \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AB}} - \overline{\mathrm{DB}} = 10 - a$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



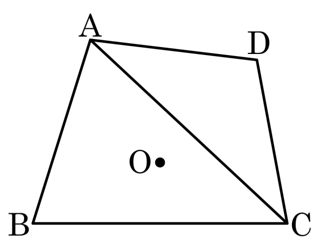
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$의 중점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.
$\therefore \overline{OA} = \overline{BC}, \overline{OB} = \overline{OC}$이므로 $\triangle BOC$는 정삼각형이다.
따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60°$
$\angle BCD = 180° - \angle BCO = 180° - 60° = 120° \cdots$ ㉠
$\angle AOB = 180° - \angle BOC = 180° - 60° = 120°$
$\overline{OA} = \overline{OB}$이므로 $\triangle BAO$는 이등변삼각형
$\angle BAO = \angle ABO = 30° \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의해 $\dfrac{\angle BCD}{\angle BAO} = \dfrac{120°}{30°} = 4$

19. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 ACD 의 외심은 점 O 로 같은 점이다. $\angle ABC + \angle ADC$ 의 값을 구하여라.



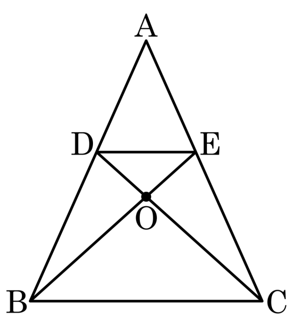
▶ 답: ______ °

▷ 정답: 180 °

해설

$\angle ABC = x$, $\angle ADC = y$ 라 하면
점 O 가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 모두 이등변삼각형
$\angle OAB + \angle OCB = \angle OBA + \angle OBC = x$
$\therefore \ \angle AOC = 2x$
점 O 가 $\triangle ACD$ 의 외심이므로 $\triangle OAD$, $\triangle ODC$ 도 이등변삼각형
$\angle OAD = \angle ODA$, $\angle ODC = \angle OCD$
□AOCD 에서
$\angle OAD + \angle ODA + \angle ODC + \angle OCD + \angle AOC = 360°$ 이므로
$2(\angle ODA + \angle ODC) = 360° - \angle AOC$
$2y = 360° - 2x$, $x + y = 180°$
$\therefore \ \angle ABC + \angle ADC = 180°$

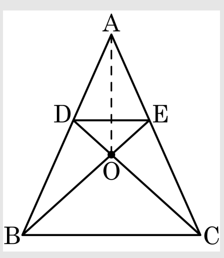
20. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 일 때, $\angle\mathrm{BOC}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 120°

해설



$\angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = y$ 라 하면 $\triangle\mathrm{DBE}$, $\triangle\mathrm{ECD}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{DEB} = \angle\mathrm{DBE} = x$, $\angle\mathrm{ECD} = \angle\mathrm{EDC} = y$

점 O 가 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 외심이므로 $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OC}}$

즉, $\triangle\mathrm{OAB}$, $\triangle\mathrm{OAC}$ 는 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{OAB} = \angle\mathrm{OBA} = x$, $\angle\mathrm{OAC} = \angle\mathrm{OCA} = y$

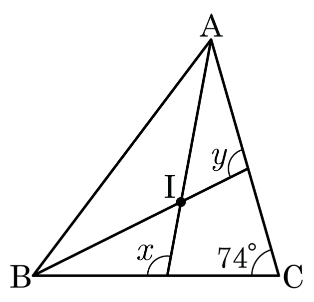
한편 외심의 성질에 의해 $\angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A}$ 이므로

$\angle\mathrm{DOE} = \angle\mathrm{BOC}$(맞꼭지각) $= 2(x+y)$

따라서 $\triangle\mathrm{ODE}$ 에서 $y + x + 2(x+y) = 180°$, $x + y = \angle\mathrm{A} = 60°$

$\therefore\ \angle\mathrm{BOC} = 2\angle\mathrm{A} = 120°$

21. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



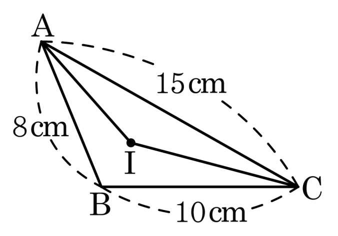
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\circ}$

▷ 정답 : $201\underline{\circ}$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = a$,
$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{CBI} = b$ 라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 74^\circ = 180^\circ$
$\therefore \angle a + \angle b = 53^\circ$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 74^\circ) + (\angle b + 74^\circ) = \angle a + \angle b + 148^\circ = 201^\circ$

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 15cm$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

($\triangle ABC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \ (cm^2)$

($\triangle AIC$의 넓이) $= \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \ (cm^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.