

1. 두 점 A(3, 2), B(a , b) 를 1 : 3으로 내분하는 점을 P(2, 1) 이라고 할 때, ab 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$P\left(\frac{1 \cdot a + 3 \cdot 3}{1 + 3}, \frac{1 \cdot b + 3 \cdot 2}{1 + 3}\right) = P(2, 1) \text{ 이므로,}$$

$$\frac{1 \cdot a + 3 \cdot 3}{1 + 3} = 2, a + 9 = 8 \therefore a = -1$$

$$\frac{1 \cdot b + 3 \cdot 2}{1 + 3} = 1, b + 6 = 4 \therefore b = -2$$

$$\therefore ab = 2$$

2. 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점 (a, b) 와 직선 $x - y + 1 = 0$ 사이의 거리가 최소가 될 때, $4(a + b)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

(a, b) 가 포물선 $x = y^2 + 1$ 위의 점이고,
또 점 (a, b) 와 직선 사이의 거리를 l 이라 하면,

$$a = b^2 + 1 \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$$l = \frac{|a - b + 1|}{\sqrt{2}} \dots\dots \textcircled{2}$$

①를 ②에 대입하면

$$l = \frac{|b^2 - b + 2|}{\sqrt{2}} = \frac{\left| \left(b - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \right|}{\sqrt{2}}$$

$\therefore b = \frac{1}{2}$ 일 때 l 이 최소가 된다.

따라서 $a + b = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} = \frac{7}{4}$ 이므로

$$\therefore 4(a + b) = 7$$

3. 이차방정식 $x^2+y^2+kx-2ky+k^2+k=0$ 의 그래프가 원을 나타내도록 상수 k 값의 범위를 구하면?

① $0 \leq k \leq 4$

② $\frac{1}{4} \leq k \leq 4$

③ $0 < k < 4$

④ $k \leq 0$ 또는 $k \geq 4$

⑤ $k < 0$ 또는 $k > 4$

해설

$$\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y - k)^2 = \frac{k^2}{4} - k$$

원이 되려면 $\frac{k^2}{4} - k > 0$ 이 성립해야 한다.

$$\Rightarrow \frac{1}{4}(k - 4)k > 0$$

$$\Rightarrow k < 0 \text{ 또는 } k > 4$$

4. 점 $(2, -3)$ 을 점 $(-1, 2)$ 로 옮기는 평행이동을 T 라 할 때, 점 $(-2, 5)$ 는 T 에 의하여 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(1, 0)$

② $(-5, 10)$

③ $(-3, 5)$

④ $(5, 10)$

⑤ $(3, -5)$

해설

평행이동 T 는 x 축의 방향으로 -3 , y 축의 방향으로 $+5$ 만큼 평행이동 하는 변환이므로
 $(-2-3, 5+5) = (-5, 10)$ 으로 옮겨진다.

5. (3, 1)의 직선 $y = 2x + 3$ 에 대한 대칭점을 (a, b) 라 할 때, $a + b$ 는?

- ㉠ $\frac{4}{5}$ ㉡ 1 ㉢ $\frac{6}{5}$ ㉣ $\frac{5}{3}$ ㉤ 2

해설

점 (a, b) 와 (3, 1)을 지나는 직선은 직선 $y = 2x + 3$ 와 수직이다.

이 직선은 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ 로 나타낼 수 있다.

점 (a, b) 는 이 직선 위의 점이므로

$\left(a, -\frac{1}{2}a + \frac{5}{2}\right)$ 와 같다.

$\left(a, -\frac{1}{2}a + \frac{5}{2}\right)$ 는 직선 $y = 2x + 3$ 과의 거리가

점 (3, 1)과 직선 $y = 2x + 3$ 과의 거리와 같으므로

점과 직선 사이의 거리에서

$$\frac{|2 \cdot 3 + 3 - 1|}{\sqrt{5}} = \frac{\left|2a + 3 + \frac{1}{2}a - \frac{5}{2}\right|}{\sqrt{5}}$$

$$|5a + 1| = 16$$

$$\therefore a = 3 \text{ 또는 } -\frac{17}{5}$$

(3, 1)의 대칭점이 (a, b) 이므로 $a \neq 3$,

$$a = -\frac{17}{5} \text{ 일 때, } b = \frac{21}{5}$$

$$\therefore a + b = \frac{4}{5}$$