

1. 연립부등식 $-1 < 3x + 2 < 5$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$-1 < 3x + 2 < 5$$

$$-3 < 3x < 3$$

$$-1 < x < 1$$

$$a = -1, b = 1$$

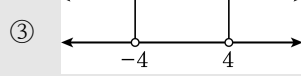
$$a + b = 0$$

2. 다음 연립부등식 중에서 해가 없는 것은?

① $\begin{cases} x > 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq -5 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x > 4 \\ x < -4 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x < 5 \\ x \geq 3 \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq -3 \end{cases}$

해설



3. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

- ① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$ ② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$
③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$ ④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$
⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로
 $a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고
이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$
양변에 a 를 곱하면
 $a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$
 $ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$
 $\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$
따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면
 $a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$
 $\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$
 $(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$
 $\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} (\because 0 < \alpha < \beta)$

4. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

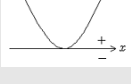
동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

5. 이차부등식 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x + 1 < 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하지 않도록 하는 실수 k 값의 범위는?
- ① $k > 1$ ② $k \leq 1, k \geq 2$ ③ $k < 1, k > 2$
④ $1 \leq k \leq 2$ ⑤ $1 < k \leq 2$

해설

모든 실수 x 에 대해
 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x + 1 \geq 0$



$k \neq 1$ 이고 아래로 볼록이면서 $\frac{D}{4} \leq 0$

$k-1 > 0, \therefore k > 1 \cdots \textcircled{1}$

$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k-1) \leq 0$

$k^2 - 3k + 2 = (k-1)(k-2) \leq 0$

$\therefore 1 \leq k \leq 2 \cdots \textcircled{2}$

①과 ②를 동시에 만족해야 하므로 $1 < k \leq 2$