

1. 연립부등식 $-1 < 3x + 2 < 5$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$-1 < 3x + 2 < 5$$

$$-3 < 3x < 3$$

$$-1 < x < 1$$

$$a = -1, b = 1$$

$$a + b = 0$$

2. 다음 연립부등식 중에서 해가 없는 것은?

$$\textcircled{1} \begin{cases} x > 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq -5 \end{cases}$$

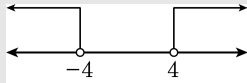
$$\textcircled{3} \begin{cases} x > 4 \\ x < -4 \end{cases}$$

$$\textcircled{4} \begin{cases} x < 5 \\ x \geq 3 \end{cases}$$

$$\textcircled{5} \begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq -3 \end{cases}$$

해설

③



3. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$

② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$

④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로

$a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고

이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$

양변에 a 를 곱하면

$$a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$$

$$ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$$

$$\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$$

따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면

$$a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$$

$$\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$$

$$(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} \quad (\because 0 < \alpha < \beta)$$

4. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \dots\dots \textcircled{㉠}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \dots\dots \textcircled{㉡}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

5. 이차부등식 $(k-1)x^2 - 2(k-1)x + 1 < 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하지 않도록 하는 실수 k 값의 범위는?

① $k > 1$

② $k \leq 1, k \geq 2$

③ $k < 1, k > 2$

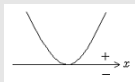
④ $1 \leq k \leq 2$

⑤ $1 < k \leq 2$

해설

모든 실수 x 에 대해

$$(k-1)x^2 - 2(k-1)x + 1 \geq 0$$



$k \neq 1$ 이고 아래로 볼록이면서 $\frac{D}{4} \leq 0$

$$k-1 > 0, \therefore k > 1 \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k-1) \leq 0$$

$$k^2 - 3k + 2 = (k-1)(k-2) \leq 0$$

$$\therefore 1 \leq k \leq 2 \dots \textcircled{2}$$

①과 ②를 동시에 만족해야 하므로 $1 < k \leq 2$