

1. $(3x-4)^2 + a = 9x^2 + bx + 10$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

① -36 ② -30 ③ -24 ④ -18 ⑤ -12

해설

$$\begin{aligned}(3x)^2 - 2 \times 3x \times 4 + 4^2 + a \\= 9x^2 - 24x + 16 + a \\16 + a = 10 \\a = -6, b = -24 \\\therefore a + b = -30\end{aligned}$$

2. $\left(5a - \frac{1}{3}b\right)\left(5a + \frac{1}{3}b\right)$ 를 전개하면?

① $5a^2 - \frac{1}{3}b^2$

② $5a^2 - \frac{2}{3}b^2$

③ $10a^2 - \frac{1}{9}b^2$

④ $25a^2 - \frac{2}{3}b^2$

⑤ $25a^2 - \frac{1}{9}b^2$

해설

$$(5a)^2 - \left(\frac{1}{3}b\right)^2 = 25a^2 - \frac{1}{9}b^2$$

3. 다음 보기에서 이차함수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = 2$

㉡ $y = 4x - 2$

㉢ $y = 2x(x - 1)$

㉣ $y = \frac{1}{x^2}$

㉤ $y = \frac{1}{2}(x + 1)(x - 3)$

㉥ $y = (x + 1)^2 - x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉢은 분수함수이고 ㉥은 정리하면 $y = 2x + 1$ 이므로 이차함수가 아니다.

4. 다음 이차함수의 그래프 중에서 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{2}x^2$

② $y = -\frac{1}{2}x^2$

③ $y = 3x^2$

④ $y = -3x^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

$y = kx^2$ ($k < 0$) 의 꼴은 위로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

5. 이차함수의 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프가 된다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 15$

해설

$y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프를 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = -3(x - 2)^2 + 15$ 이므로 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축으로 2, y 축으로 15 만큼 평행이동한 것이다. 따라서 $a = 2$, $b = 15$ 이다.

6. $2x^2 - 7x + 3 = (2x - A)(Bx - C)$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$$

$$(2x - 1)(x - 3) = (2x - A)(Bx - C) \text{ 이므로}$$

$$A = 1, B = 1, C = 3$$

$$\therefore A + B + C = 1 + 1 + 3 = 5$$

7. $(x - 3y)(3x - ay)$ 를 전개하였을 때, xy 의 계수가 -14 이면, y^2 의 계수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3x^2 - axy - 9xy + 3ay^2 \\ -a - 9 &= -14 \quad \therefore a = 5 \\ \therefore 3a &= 3 \times 5 = 15\end{aligned}$$

8. 두 다항식 $4x^2 - 9$, $2x^2 - 5x + 3$ 의 인수 중에서 공통인 인수를 제외한 나머지 두 인수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3x + 2$

해설

$$4x^2 - 9 = (2x + 3)(2x - 3)$$

$$2x^2 - 5x + 3 = (2x - 3)(x - 1)$$

공통인 인수를 제외한 나머지 인수는 $2x + 3$, $x - 1$ 이므로 합은 $3x + 2$ 이다.

9. x 가 $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - x - 12 = 0$ 의 해를 구하면?

① $-3, 4$

② $-4, 4$

③ $-3, 3$

④ $-4, 5$

⑤ $-2, 3$

해설

$$x^2 - x - 12 = 0$$

$$(x - 4)(x + 3) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -3$$

10. 이차방정식 $2(x-2)(x+3) = (x+5)^2 - 4$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① -8 ② -5 ③ 0 ④ 3 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} 2(x-2)(x+3) &= (x+5)^2 - 4 \\ 2(x^2 + x - 6) &= x^2 + 10x + 25 - 4 \\ x^2 - 8x - 33 &= 0, (x-11)(x+3) = 0 \\ x &= 11 \text{ 또는 } x = -3 \\ \therefore (\text{구하는 값}) &= 11 + (-3) = 8 \end{aligned}$$

11. $x^2 - 10x + 25 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = -2$ (증근) ② $x = -3$ (증근) ③ $x = 5$ (증근)
④ $x = 1$ (증근) ⑤ $x = 3$ (증근)

해설

$$(x-5)^2 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ (증근)}$$

12. 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

- ① $a \leq 0$ ② $b > 0$ ③ $b < 0$ ④ $b \geq 0$ ⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근

$b = 0$ 이면 중근

따라서 $b \geq 0$ 이다.

13. 이차방정식 $3x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 해가 $\frac{B \pm \sqrt{C}}{A}$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 1}}{6} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$A = 6, B = -7, C = 37$ 이므로

$$\therefore A + B + C = 36$$

14. 이차방정식 $\frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{5}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① -1 ② 11 ③ 5 ④ -8 ⑤ 10

해설

양변에 12를 곱하면 $9x^2 + 6x - 10 = 0$
근의 공식(깍수 공식)을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+90}}{9} = \frac{-3 \pm 3\sqrt{11}}{9}$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}}{3}, A = -1, B = 11$$

$$\therefore A + B = -1 + 11 = 10$$

15. 다음 식을 계산하여라.

$$7(8+1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & (8-1)(8+1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^2-1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^4-1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^8-1)-8^8 \\ &= -1 \end{aligned}$$

16. x 에 대한 이차식 $(3x+3+a)(3x+2a-5)$ 가 완전제곱식이 되는 상수 a 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$3+a=2a-5$$

$$a=8$$

17. $x^4 + 4x^2 + 4$ 를 인수분해하면 $(ax^2 + b)^2$ 이 된다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 3$

해설

$$x^4 + 4x^2 + 4 = (x^2)^2 + 4(x^2) + 4 = (x^2 + 2)^2$$

따라서, $a + b = 1 + 2 = 3$

18. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 이 중근 $x = 1$ 을 갖는다고 할 때, a, b 의 값은?

① $a = -4, b = 4$

② $a = 2, b = -4$

③ $a = -4, b = 2$

④ $a = -4, b = -2$

⑤ $a = 4, b = 2$

해설

중근 1 을 가지려면

$$(x-1)^2 = 0$$

$x^2 - 2x + 1 = 0$ 에서 양변에 2 를 곱하면

$$2x^2 - 4x + 2 = 0$$

$$\therefore a = -4, b = 2$$

19. 이차방정식 $(x+2)^2 - 8 = 2(x+2)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x+2=t \text{로 치환하면 } t^2-2t-8=0$$

$$(t-4)(t+2)=0$$

$$t=4 \text{ 또는 } t=-2$$

$$\therefore x=2 \text{ 또는 } x=-4$$

$$\therefore \alpha\beta=2 \times (-4) = -8$$

20. 어떤 정사각형의 가로 길이 3 cm 길게 하고, 세로 길이를 5 cm 짧게 하여 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 105 cm^2 가 되었다. 처음 정사각형의 넓이는?

① 16 cm^2

② 25 cm^2

③ 64 cm^2

④ 144 cm^2

⑤ 225 cm^2

해설

정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면, $(x+3)(x-5) = 105$ 이므로

$$x^2 - 2x - 15 = 105$$

$$x^2 - 2x - 120 = 0$$

$$(x+10)(x-12) = 0$$

$$x = 12 \quad (\because x > 0)$$

따라서 처음 정사각형의 넓이는 $12 \times 12 = 144(\text{ cm}^2)$ 이다.

21. $8^{32} - 1$ 이 자연수 n 에 의해 나누어 떨어질 때, n 의 값의 합을 구하여라.
(단, $60 < n < 70$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 128

해설

$$\begin{aligned} 8^{32} - 1 &= (2^3)^{32} - 1 = 2^{96} - 1 \\ &= (2^{48} + 1)(2^{24} + 1)(2^{12} + 1) \\ &\quad (2^6 + 1)(2^3 + 1)(2^3 - 1) \end{aligned}$$

60 과 70 사이의 자연수 n 은 $2^6 + 1 = 65$ 또는 $2^6 - 1 = 63$ 이므로
그 합은 $65 + 63 = 128$ 이다.

22. 방정식 $(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 x^2+y^2 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$(2-x-y)^2-(x^2+y^2)=4,$
 $xy-2(x+y)=0, \quad (x-2)(y-2)=4$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2+y^2=3^2+6^2=45$ 이다.

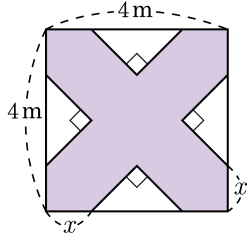
23. 서로 다른 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 0$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 근의 개수를 구하면?

- ㉠ 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.
- ㉡ 중근을 갖는다.
- ㉢ 근이 존재하지 않는다.
- ㉣ 모든 실수에 대해서 만족한다.
- ㉤ 알 수 없다.

해설

방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 판별식 $D = b^2 - 4ac$ 에 $b = -a - c$ 를 대입하면 $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$ $a \neq c, a - c \neq 0$ 이므로 $(a - c)^2 > 0$ 이다.
따라서 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

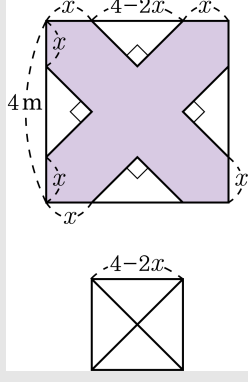
24. 한 변의 길이가 4m 인 정사각형 모양의 어느 벽면에 다음 그림과 같이 4개의 똑같은 직각이등변삼각형을 제외한 나머지 부분에 칠을 하려고 한다. 칠한 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이라 할 때, x 의 값은?



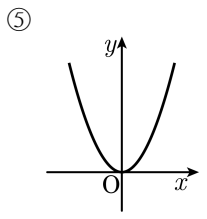
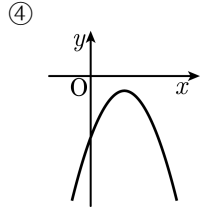
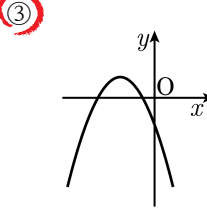
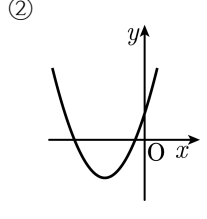
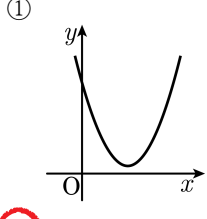
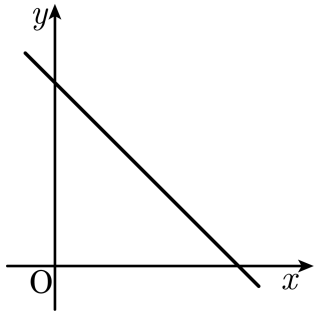
- ① 1m ② $\frac{1}{2}$ m ③ $(-2 + \sqrt{7})$ m
 ④ $\frac{3}{4}$ m ⑤ $\frac{5}{8}$ m

해설

빗변의 길이가 $4 - 2x$ 인 직각이등변 삼각형 4개를 붙이면 한 변의 길이가 $4 - 2x$ 인 정사각형이 된다. 색칠된 부분의 넓이가 전체 넓이의 $\frac{3}{4}$ 이므로 다음 그림의 정사각형의 넓이는 전체의 $\frac{1}{4}$ 이다. $(4 - 2x)^2 = \frac{1}{4} \times 16$
 $16 - 16x + 4x^2 = 4$
 $x^2 - 4x + 3 = (x - 3)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 1$ 또는 $x = 3$
 $x < 2$ 이므로 $x = 1$ (m)



25. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것은?



해설

그래프가 오른쪽 아래를 향하므로 $a < 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다. 따라서 $y = a(x + b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $-b < 0$, $-a > 0$ 이므로 꼭짓점이 제 2 사분면 위에 있는 그래프이다.