1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $a > b$이면 $a - c > b - c$ ㉡ $a > b, c < 0$이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ ㉢ $a > b > 0, c > d > 0$이면 $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

① ㉠
② ㉠, ㉡
③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉢
⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠. $a - c > b - c$에서
양변에 c를 더하면 $a > b$ (참)

㉡. $\frac{a}{c} < \frac{b}{c} \Leftrightarrow \frac{1}{c}(a - b) < 0$
$\Leftrightarrow$ $c < 0$ 그리고 $a > b$ 또는
$c > 0$ 그리고 $a < b$ (참)

㉢. 양수일 때 분자가 클수록,
분자가 작을수록 값이 크다. (참)

2. $-2 \leq x \leq -1$ 일 때, $A = \dfrac{12}{2-x}$ 가 취하는 값의 범위를 구하면 $p \leq A \leq q$ 이다. 이 때, pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$-2 \leq x \leq -1$ 의 각 변에 -1 을 곱하면

$1 \leq -x \leq 2$

다시 각 변에 2를 더하면 $3 \leq 2-x \leq 4$

각 변의 역수를 취하면 $\dfrac{1}{4} \leq \dfrac{1}{2-x} \leq \dfrac{1}{3}$

각 변에 12 를 곱하면 $3 \leq \dfrac{12}{2-x} \leq 4$

$\therefore p = 3, q = 4$

$\therefore pq = 12$

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 4 < 14 \\ 2x + 5 > -1 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{cases} 3x - 4 < 14 \\ 2x + 5 > -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x < 18 \\ 2x > -6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < 6 \\ x > -3 \end{cases}$$

$\therefore\ -3 < x < 6$

$\therefore\ x = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$

4. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값은?

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4　　② 5, 6　　③ 6

④ 6, 7　　⑤ 4, 5, 6

해설

$7x + 4 > 5x \qquad \therefore\ x > -2$

$15 - x > a \qquad \therefore\ x < 15 - a$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$8 < 15 - a \leq 9$

$6 \leq a < 7$

$\therefore\ a = 6$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 5x-7<2x+2 \\ 2x+a>-x-4 \end{cases}$ 를 풀었더니 해가 $1<x<b$ 가 되었다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

연립부등식을 각각 풀면

$5x-7<2x+2$ 에서 $x<3$ 이므로 $b=3$

$2x+a>-x-4$ 에서 $x>\dfrac{-4-a}{3}$ 이므로

$$\frac{-4-a}{3}=1$$

그러므로 $a=-7$ 이 된다.

따라서 $a+b$ 의 값은 $-7+3=-4$ 이다.

6. 연립부등식 $\begin{cases} \dfrac{x-3}{4}+2>\dfrac{1}{2} \\ 0.15x-0.5\ge 0.4x-0.05a \end{cases}$ 에 대하여 해가 없기 위한 a 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a \le -5$

해설

$\dfrac{x-3}{4}+2>\dfrac{1}{2}$ (양변에 4 를 곱한다.)

$x-3+8>2$

$\therefore\ x>-3$

$0.15x-0.5\ge 0.4x-0.05a$ (양변에 100 을 곱한다.)

$15x-50\ge 40x-5a$

$-25x\ge -5a+50$

$x\le \dfrac{5a-50}{25}$

$\therefore\ x\le \dfrac{a}{5}-2$

해가 없으려면

$\dfrac{a}{5}-2\le -3$

$\dfrac{a}{5}\le -1$

$\therefore\ a\le -5$

7. 어떤 자연수의 2 배에서 6 을 뺀 수는 9 보다 작고, 27 에서 그 자연수의 3 배를 뺀 수도 9 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

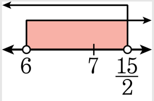
▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{cases} 2x - 6 < 9 \\ 27 - 3x < 9 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x < 9 + 6 \\ -3x < 9 - 27 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < \dfrac{15}{2} \\ x > 6 \end{cases}$$



$\therefore \; x = 7$

8. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아을 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9-x)$ 개, 복숭아의 개수 : x 개

$2800 \le 200(9-x)+500x \le 3600$

$$\begin{cases} 2800 \le 200(9-x)+500x \\ 200(9-x)+500x \le 3600 \end{cases}$$

$\therefore \dfrac{10}{3} \le x \le 6$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

9. 부등식 $|-x+3|+|2x-3| \leq 6$의 해가 $\alpha \geq x \geq \beta$일 때, $\alpha\beta$의 값은?

① -4　② 0　③ 6　④ 12　⑤ 16

해설

$|-x+3|+|2x-3| \leq 6$

i) $x \leq \dfrac{3}{2}$

$-x+3-2x+3 \leq 6, \quad x \geq 0$

$\therefore \ 0 \leq x \leq \dfrac{3}{2}$

ii) $\dfrac{3}{2} < x \leq 3$

$-x+3+2x-3 \leq 6, \quad x \leq 6$

$\therefore \ \dfrac{3}{2} < x \leq 3$

iii) $x > 3$

$x-3+2x-3 \leq 6, \quad x \leq 4$

$\therefore 3 < x \leq 4$

$\therefore \ 0 \leq x \leq 4, \ \alpha\beta = 0$

10. 이차부등식 $ax^2+bx+c>0$ 의 해가 $2<x<3$ 일 때, a, b, c 의 부호에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① $a>0,\ b<0,\ c<0$

② $a>0,\ b<0,\ c>0$

③ $a<0,\ b>0,\ c<0$

④ $a<0,\ b>0,\ c>0$

⑤ $a<0,\ b<0,\ c<0$

해설

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c>0 &\Leftrightarrow 2<x<3 \\ &\Leftrightarrow (x-2)(x-3)<0 \\ &\Leftrightarrow a(x^2-5x+6)>0\ (a<0) \\ &\Leftrightarrow ax^2-5ax+6a>0 \end{aligned}$$

$\therefore\ b=-5a>0,\ c=6a<0$

$\therefore\ a<0,\ b>0,\ c<0$

11. x에 관한 이차방정식 $x^2+(a^2-5a-6)x-a+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a의 값을 모두 더하면?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) <0
양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로
(두 근의 곱) <0이므로
$-a+1<0 \quad \therefore a>1 \cdots$ ①
(두 근의 합) ≥ 0이므로
$-(a^2-5a-6)\geq 0$
$a^2-5a-6\leq 0$
$(a-6)(a+1)\leq 0$
$\therefore -1\leq a\leq 6\cdots$ ②
①, ②에서 $a=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$
$\therefore\ 2+3+4+5+6=20$

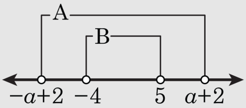
12. 양의 실수 a에 대하여 부등식 $-3 < x+1 < 6$의 모든 해가 부등식 $|x-2| < a$를 만족할 때, a값의 범위는?

① $0 < a \le 3$　② $0 < a < 3$　③ $0 \le a \le 3$

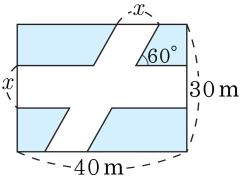
④ $a \ge 3$　⑤ $a \ge 6$

해설

$\therefore\ a \ge 6$



13. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 60 ° 로 교차하도록 만들었다. 이 때, 남은 땅의 넓이가 600 m^2 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



① 4m ② 6m ③ 8m ④ 10m ⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면

$S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$

$\therefore\ x^2 - 70x + 600 \geq 0$

$(x-10)(x-60) \geq 0$ 에서 $x \leq 10$ 또는

$x \geq 60\ (0 < x < 30)$ 이 된다.

그러므로 도로폭의 최대 길이는

$0 < x \leq 10$ 이므로 10 m 이다.

14. 부등식 $0 \le x \le 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 의 영역에 포함되도록 하는 실수 a 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

부등식 $0 \le x \le 2$ 의 영역이 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 의 영역에 포함되어야하므로

$0 \le x \le 2$ 에서

$x^2 - ax + a^2 - 4 \le 0$ 이어야 한다.

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 라 하면

$0 \le x \le 2$ 에서

$f(x) \le 0$ 이어야 하므로

$y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같아야 한다.

$f(0) = a^2 - 4 \le 0$ 에서

$-2 \le a \le 2 \cdots$ ㉠

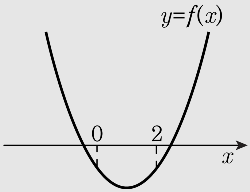
$f(2) = a^2 - 2a \le 0$ 에서

$0 \le a \le 2 \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 의 공통 범위를 구하면 $0 \le a \le 2$

따라서, 최댓값은 $M = 2$, 최솟값은 $m = 0$ 이므로

$M - m = 2$



15. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2+2(k-1)x+3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하여라.

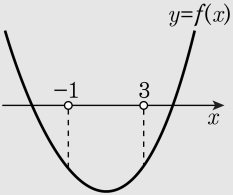
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.

$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \leq 0$, $f(3) \leq 0$이어야 한다.



(i) $f(-1) \leq 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1)\cdot(-1) + 3k \leq 0$, $k+3 \leq 0$

$\therefore k \leq -3$

(ii) $f(3) \leq 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1)\cdot 3 + 3k \leq 0$, $9k+3 \leq 0$

$\therefore k \leq -\dfrac{1}{3}$

(i), (ii)에서 $k \leq -3$

따라서, 실수 k의 최댓값은 -3이다.

16. 부등식 $\frac{1}{2}x-\frac{4}{3}\le x-\frac{x+2}{3}\le\frac{1}{4}x+6$을 만족하는 음이 아닌 정수 x의 값의 개수는?

① 18개　② 17개　③ 16개　④ 3개　⑤ 2개

해설

ⅰ) $\frac{1}{2}x-\frac{4}{3}\le x-\frac{x+2}{3}$, $3x-8\le 6x-2x-4$

$\therefore\ x\ge -4$

ⅱ) $x-\frac{x+2}{3}\le\frac{1}{4}x+6$, $12x-4x-8\le 3x+72$

$\therefore\ x\le 16$

ⅰ), ⅱ)에서 공통된 x의 값의 범위를 구하면

$-4\le x\le 16$

한편, x는 음이 아닌 정수이므로 $0\le x\le 16$

따라서 $x=0,1,2,\cdots,16$의 17개이다.

17. $3x-8 < -(2x+1)$, $\dfrac{x+3}{4} \le \dfrac{x-1}{2}$, $0.6(1-2x) \le 0.3x+1.2$을 만족하는 x의 개수는?

① 0개　② 1개　③ 2개　④ 3개　⑤ 4개

해설

$3x-8 < -(2x+1)$

$\therefore\ x < 1.4$

$\dfrac{x+3}{4} \le \dfrac{x-1}{2}$

$\therefore\ 5 \le x$

$0.6(1-2x) \le 0.3x+1.2$, x는 정수

$\therefore\ -0.4 \le x$

따라서 모두 만족하는 x는 없으므로 0개이다.

18. 부등식 $x^2-3<x+\sqrt{4x^2+4x+1}$의 해가 $\alpha<x<\beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은?

① -1　② 0　③ 2　④ 4　⑤ 6

해설

주어진 부등식은 $x^2-3<x+|2x+1|$

(ⅰ) $x\ge-\frac{1}{2}$일 때,

$x^2-3<x+2x+1,\ x^2-3x-4<0$

$(x-4)(x+1)<0$

$\therefore\ -\frac{1}{2}\le x<4$

(ⅱ) $x<-\frac{1}{2}$일 때,

$x^2-3<x-(2x+1),\ x^2+x-2<0$

$(x+2)(x-1)<0$

$\therefore\ -2<x<-\frac{1}{2}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $-2<x<4$

$\therefore\ \alpha=-2,\ \beta=4$

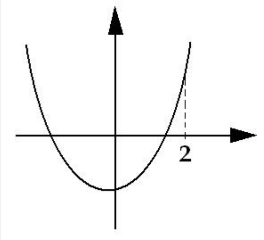
$\therefore\ \alpha+\beta=2$

19. $x > 2$인 모든 실수 x에 대하여 $x^2 - 2kx + k - 1 > 0$을 성립하게 하는 실수 k의 최댓값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$D/4 = k^2 - k + 1 > 0$이므로 서로 다른 두 실근을 가진다.



문제의 조건을 만족하기 위해서는 대칭축이 2보다 왼쪽에 있어야 하고 $f(2) \geq 0$의 두 조건을 모두 만족해야 한다.

대칭축 조건에서 $k < 2$ ⋯⋯ ㉠

$f(2) = 3 - 3k \geq 0$에서 $k \leq 1$ ⋯⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $k \leq 1$

k의 최댓값은 1이다.

20. 좌표평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y=2(kx+1)$ 이 곡선 $y=-(x-2)^2+1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 <u>않는</u> 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 0 ⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여

부등식 $2(kx+1) > -(x-2)^2+1 \cdots$ ㉠

이 항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.

㉠식을 정리하면

$x^2+2(k-2)x+5>0$

㉡식이 항상 성립하기 위하여

$$\frac{D}{4}=(k-2)^2-5<0$$

$\Rightarrow \ k^2-4k-1<0$

$\therefore \ 2-\sqrt{5}<k<2+\sqrt{5}$

이 때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나

-1 은 속하지 않는다.

21. 연립부등식 $\begin{cases} x^3-2x^2+x-2\geq 0 \\ x^2-x-6<0 \end{cases}$ 의 해는?

① $-2\leq x<3$ ② $-2<x<3$ ③ $2\leq x<3$

④ $2<x\leq 3$ ⑤ $2\leq x\leq 3$

해설

$x^2-2x+x-2\geq 0$에서

$x^2(x-2)+(x-2)\geq 0$

$\therefore (x-2)(x^2+1)\geq 0$

$x^2+1>0$이므로 $x-2\geq 0$

$\therefore x\geq 2\cdots$(가)

$x^2-x-6<0$에서 $(x-3)(x+2)<0$

$\therefore -2<x<3\cdots$(나)

따라서 (가), (나)의 공통 범위를 구하면

$2\leq x<3$이다.

22. 부등식 $\left|\dfrac{(1-a)x}{x^2+1}\right| < 1$이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립할 때, a의 범위를 구하면?

① $0 < a \leq 3$

② $a < -1$ 또는 $a > 3$

③ $-1 < a < 3$

④ $-1 \leq a \leq 3$

⑤ $-3 < a < 1$

해설

$-1 < \dfrac{(1-a)x}{x^2+1} < 1$

$\Rightarrow$ i) $-x^2-1 < (1-a)x$,

ii) $(1-a)x < x^2+1$

$\Rightarrow$ i) $x^2+(1-a)x+1 > 0$,

ii) $x^2+(a-1)x+1 > 0$

둘 모두 판별식이 0보다 작아야 한다.

$D = (1-a)^2-4 < 0$

$D = (a-1)^2-4 < 0$

$\Rightarrow$ $(a-3)(a+1) < 0$

$\Rightarrow$ $-1 < a < 3$

$-1 < a < 3$

$\therefore$ $-1 < a < 3$

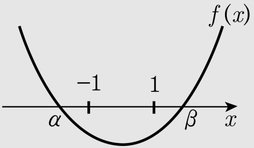
23. 방정식 $x^2 + px + 2p + 1 = 0$ 의 두 근 중 한 근은 -1 보다 작고 다른 한 근은 1 보다 클 때, 실수 p의 값의 범위는 ?

① $p > -2$ ② $p > -1$ ③ $p < -2$

④ $p < -1$ ⑤ $p < 1$

해설

$f(x) = x^2 + px + 2p + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면



(i) $f(-1) = p + 2 < 0 \quad \therefore p < -2 \cdots$ ①

(ii) $f(1) = 3p + 2 < 0 \quad \therefore p < -\dfrac{2}{3} \cdots$ ②

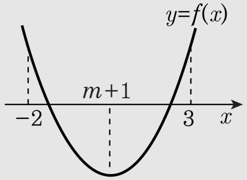
①, ② 에서 $p < -2$

24. 이차방정식 $x^2-2(m+1)x+m+3=0$의 두 실근이 -2와 3사이에 있을 때, 정수 m의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 2 개

해설



$f(x)=x^2-2(m+1)x+m+3$ 으로 놓으면

(i) $\frac{D}{4}=(m+1)^2-(m+3)\geq 0$ 에서

$(m-1)(m+2)\geq 0$

$\therefore m\leq -2$ 또는 $m\geq 1$ $\cdots\cdots$ ㉠

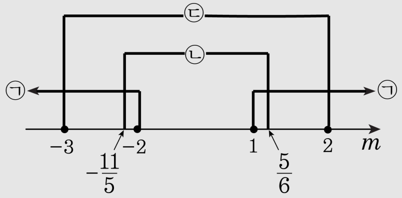
(ii) $f(-2)=5m+11>0$ 에서

$m>-\frac{11}{5}$,

$f(3)=6-5m>0$ 에서 $m<\frac{6}{5}$

$\therefore -\frac{11}{5}<m<\frac{6}{5}$ $\cdots\cdots$ ㉡

(iii) 대칭축의 위치



$-2<m+1<3$

$\therefore -3<m<2$ $\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $-\frac{11}{5}<m\leq -2$ 또는 $1\leq m<\frac{6}{5}$

따라서, 정수 m은 -2, 1두 개다.

25. 만식이네 학교에서 식권을 한번에 150장을 사면 할인하여 판매한다고 하여 친구들과 똑같이 돈을 모아 식권 150장을 샀다. 식권을 나누어 가지기 위해 6장씩 나누어 주었더니 식권이 남고, 10장씩 나누어 주었더니 식권이 부족했다. 같이 식권을 산 학생 수는 몇 명인가?

① 15명 ② 18명 ③ 30명 ④ 43명 ⑤ 54명

해설

문제에서 전체 사람의 수를 x 명이라고 놓자.
모든 사람이 식권을 6장씩 가지고 있을 때 전체 식권 수는 $6x$ 장이고, 모든 사람이 10장씩 가지고 있을 때 전체 식권의 수는 $10x$ 장이다. 그러나 실제 식권의 수 150장은 모두 6장씩 가질 때보다 많고, 모두 10장씩 가질 때보다는 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $6x < 150 < 10x$ 이다.

이를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases} 6x < 150 \\ 10x > 150 \end{cases}$ 이고, 간단히 하면, $\begin{cases} x < 25 \\ x > 15 \end{cases}$ 이다. 이를 다시 나타내면 $15 < x < 25$ 이다.

따라서 식권을 산 학생의 수는 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 명이 모두 가능하다.