

1.  $i + i^3 + i^5 + i^7 + \dots + i^{101} = a + bi$  일 때,  $a + b$  의 값은? (단,  $a, b$  는 실수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

(좌변) =  $i - i + i - i + \dots + i = i$  이므로

$i = a + bi$  에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여  $a = 0, b = 1$

$\therefore a + b = 1$

2. 방정식  $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -1

### 해설

i)  $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로,  $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii)  $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로,  $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서  $x = 3$  또는  $x = -1$

3. 이차방정식  $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 일 때,  $(\alpha^2 + \beta^2) + 5(\alpha + \beta)$ 의 값을 구여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

#### 해설

이차방정식  $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로,  
근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta = -7, \alpha\beta = 1$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-7)^2 - 2 \cdot 1 = 47$$

$$\therefore 47 + 5 \cdot (-7) = 47 - 35 = 12$$

4.  $-1 \leq x \leq 4$  의 범위에서 함수  $f(x) = x^2 - 2x + 2$  의 최댓값과 최솟값의 합은?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

### 해설

주어진 식을 완전제곱으로 고치면

$$f(x) = (x^2 - 2x + 1) + 1 = (x - 1)^2 + 1$$

따라서 함수  $f(x)$  는 점(1, 1) 을 꼭지점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

그러므로  $-1 \leq x \leq 4$  의 범위에서

최솟값은  $x = 1$  일 때 1 이고,

최댓값은  $x = 4$  일 때, 10 이다.

따라서 최댓값과 최솟값의 합은  $10 + 1 = 11$

5. 연립부등식  $\begin{cases} -x + 1 < 4 \\ 4x + 2 < -10 \end{cases}$  의 해는?

①  $x < -3$

②  $x = -3$

③  $x > -3$

④  $-3 < x < 3$

⑤ 해가 없다.

해설

( i )  $-x + 1 < 4, x > -3$

( ii )  $4x + 2 < -10, x < -3$

따라서 해가 없다.

6. 이차부등식  $x^2 - 6x + 9 \geq 0$ 의 해를 구하면?

① 해가 없다

②  $x = 3$

③  $x \neq 3$ 인 모든 실수

④  $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x - 3)^2 \geq 0$ , (실수) $^2 \geq 0$ 이므로

$\therefore$  ⑤ 모든 실수

7.  $\frac{2x + ay - b}{x - y - 1}$ 가  $x - y - 1 \neq 0$ 인 어떤  $x, y$ 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때,  $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\frac{2x + ay - b}{x - y - 1} = k \text{라 놓으면}$$

$$2x + ay - b = k(x - y - 1)$$

$x, y$ 에 대하여 정리하면,

$$(2 - k)x + (a + k)y - b + k = 0$$

위의 식이  $x, y$ 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2 - k = 0, a + k = 0, -b + k = 0$$

$$\therefore k = 2, a = -2, b = 2$$

$$\therefore a - b = -4$$

8.  $x$ 에 대한 다항식  $2x^3 - 5x^2 + ax + b$ 가 다항식  $x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지도록 상수  $a, b$ 의 값을 정하면?

- ①  $a = 7, b = -6$       ②  $a = 6, b = -5$       ③  $a = 5, b = -3$   
④  $a = 4, b = -5$       ⑤  $a = 3, b = 7$

### 해설

직접 나누면

몫이  $2x - 3$ , 나머지가  $(a - 7)x + b + 6$ 이므로

$$2x^3 - 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 2)(2x - 3) + (a - 7)x + b + 6$$

$x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지기 위해서는 나머지가 0이어야 하므로

$$(a - 7)x + b + 6 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

9.  $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$  를 인수분해하면  $(x+a)(x+b)(x^2+cx+d)$  이다.  $a+b+c-d$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

### 해설

$x^2 + x = A$  로 치환하면

$$\begin{aligned} & (x-3)(x-1)(x+2)(x+4) + 24 \\ &= \{(x-1)(x+2)\}\{(x-3)(x+4)\} + 24 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 12) + 24 \\ &= (A - 2)(A - 12) + 24 \\ &= A^2 - 14A + 48 = (A - 6)(A - 8) \\ &= (x^2 + x - 6)(x^2 + x - 8) \\ &= (x - 2)(x + 3)(x^2 + x - 8) \\ \therefore a + b + c - d &= -2 + 3 + 1 - (-8) = 10 \end{aligned}$$

10. 다음 등식을 만족하는 실수  $x$ 의 값을  $a$ ,  $y$ 의 값을  $b$ 라 할 때,  $a + 2b$ 의 값을 구하여라.

(단,  $\overline{x + yi}$ 는  $x + yi$ 의 켈레복소수이다.)

$$(2 + i)(\overline{x + yi}) = 5(1 - i)$$

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$(2 + i)(\overline{x + yi}) = 5(1 - i)$$

$$\overline{x + yi} = \frac{5(1 - i)}{2 + i} = 1 - 3i$$

$$x + yi = 1 + 3i$$

$$a = 1, b = 3$$

$$\therefore a + 2b = 7$$

11.  $x$ 에 대한 일차방정식  $5x + a = 2x + 12$ 의 해가 자연수일 때, 자연수  $a$ 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 무수히 많다

### 해설

$$5x - 2x = 12 - a, 3x = 12 - a$$

$$\therefore x = \frac{12 - a}{3}$$

자연수  $a = 1, 2, 3, \dots$ 을 대입했을 때,

$x = \frac{12 - a}{3}$ 가 자연수가 되는 경우는

$12 - a$ 가 3의 배수이면서  $a < 12$ 일 때이다.

i)  $a = 3$ 일 때,  $x = \frac{12 - 3}{3} = 3$

ii)  $a = 6$ 일 때,  $x = \frac{12 - 6}{3} = 2$

iii)  $a = 9$ 일 때,  $x = \frac{12 - 9}{3} = 1$

따라서 자연수  $a$ 의 개수는 3개이다.

12. 이차함수  $y = -(x-2)(x+6)$  의 최댓값을  $a$  라 하고 ,그 때의  $x$  의 값을  $b$  라 할 때,  $a+b$  을 값을 구하면?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}y &= -(x-2)(x+6) \\ &= -(x^2 + 4x - 12) \\ &= -(x+2)^2 + 16\end{aligned}$$

$x = -2$  일 때, 최댓값 16 을 가지며 최솟값은 없다.

$a = 16$ ,  $b = -2$  이므로  $a + b = 14$  이다.

13. 모든 실수  $x$ 에 대해 이차부등식  $x^2 - x(kx - 3) + 3 > 0$ 이 항상 성립하기 위한 정수  $k$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

### 해설

주어진 부등식을 정리하면

$$(1 - k)x^2 + 3x + 3 > 0$$

$$D = 3^2 - 4 \times (1 - k) \times 3 < 0$$

$$\therefore k < \frac{3}{12} = 0.25$$

최대 정수  $k = 0$

14.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - x + k = 0$ 의 한 근만이 이차방정식  $x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근 사이에 있을 때, 실수  $k$ 의 값의 범위는?

①  $1 < k < 2$

②  $-2 < k < 0$

③  $-2 \leq k \leq 0$

④  $k < -2$  또는  $k > 0$

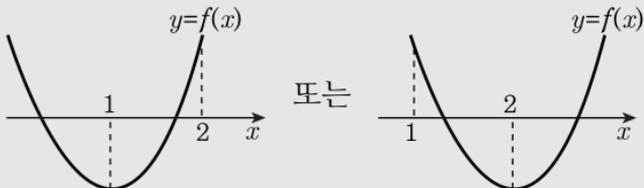
⑤  $-2 < k < -1$

해설

$x^2 - 3x + 2 = 0$  에서  $(x-1)(x-2) = 0$

$\therefore x = 1$  또는  $x = 2$

$f(x) = x^2 - x + k$  로 놓으면 다음 그림과 같이  $y = f(x)$ 의 그래프가 두 점  $(1, 0)$ ,  $(2, 0)$  사이에서  $x$  축과 만나야 한다.



$\therefore f(1) < 0, f(2) > 0$  또는  $f(1) > 0, f(2) < 0$

즉,  $f(1)f(2) = k(k+2) < 0$

$\therefore -2 < k < 0$

15.  $x+y+z = 4$ ,  $xy+yz+zx = 1$ ,  $xyz = 2$  일 때,  $(xy+yz)(yz+zx)(zx+xy)$ 의 값을 구하면?

① 16

② 8

③ 4

④ 2

⑤ 1

해설

$(xy + yz)(yz + zx)(zx + xy)$ 을

$xy + yz + zx = 1$ 을 이용하여 변형하면

$(xy + yz)(yz + zx)(zx + xy)$

$= (1 - zx)(1 - xy)(1 - yz)$

$= 1 - (xy + yz + zx) + (x^2yz + xy^2z + xyz^2) - (xyz)^2$

$= 1 - (xy + yz + zx) + xyz(x + y + z) - (xyz)^2$

$= 1 - 1 + 2 \cdot 4 - 4$

$= 4$

※ 위에서 아래의 전개식을 이용하였다.

$(x - a)(x - b)(x - c)$

$= x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc$

16. 두 다항식  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 과  $3x^3 + (a-9)x^2 - ax - 6a$ 의 최대공약수가 이차식일 때,  $a$ 의 값은?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-1)(x-3)(x+2)$$

$$3x^3 + (a-9)x^2 - ax - 6a \text{에}$$

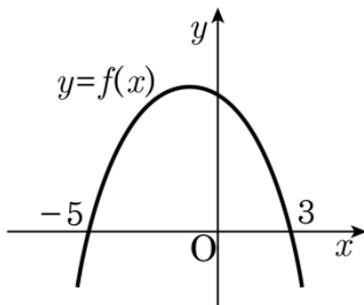
$$x = 3 \text{ 대입, } 81 + 9a - 81 - 3a - 6a = 0$$

$$x = -2 \text{ 대입, } -24 + 4a - 36 + 2a - 6a \neq 0 \text{ 이므로}$$

$x-1$ 을 인수로 가져야 한다.

$$x = 1 \text{ 대입 } 3 + a - 9 - a - 6a = 0, a = -1$$

17. 이차함수  $y = f(x)$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식  $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$  의 두 근의 합은?



① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$  ( $a < 0$ ) 으로 놓으면

$$\begin{aligned} f\left(\frac{x-4}{2}\right) &= a\left(\frac{x-4}{2} + 5\right)\left(\frac{x-4}{2} - 3\right) \\ &= \frac{a}{4}(x+6)(x-10) \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$  에서

$x = -6$  또는  $x = 10$

따라서 방정식  $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$  의 두 근의 합은 4

18. 연립방정식 
$$\begin{cases} x(y+z) = 10 \\ y(z+x) = 18 \\ z(x+y) = 24 \end{cases}$$
 의 해를  $x = \alpha, y = \beta, z = \gamma$  라 할 때,

$\alpha\beta\gamma$  의 값은?

①  $\pm 2$

②  $\pm 4$

③  $\pm 8$

④  $\pm 16$

⑤  $\pm 32$

해설

$$\begin{cases} x(y+z) = 10 & \text{㉠} \\ y(z+x) = 18 & \text{㉡} \\ z(x+y) = 24 & \text{㉢} \end{cases}$$

$$\text{㉠} + \text{㉡} + \text{㉢} : 2(xy + yz + zx) = 52$$

$$\therefore xy + yz + zx = 26$$

$$\therefore xy = 2, yz = 16, zx = 8 \quad \text{㉣}$$

$$\text{㉣에서 } (xyz)^2 = 16^2 \quad \therefore xyz = \pm 16$$

$$\therefore x = \alpha = \pm 1, y = \beta = \pm 2, z = \gamma = \pm 8 \quad (\text{복부호동순})$$

$$\therefore \alpha\beta\gamma = \pm 16$$

19.  $x^3$ 의 계수가 1인 삼차다항식  $f(x)$ 에 대하여  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 2$ ,  $f(3) = 3$ 이 성립한다. 이 때,  $f(x)$ 를  $x-4$ 로 나눈 나머지는?

① 9

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 13

해설

$f(1) = 1, f(2) = 2, f(3) = 3$ 에서  $f(x) = x$   
즉,  $f(x) - x$ 는  $x-1, x-2, x-3$ 을 인수로 한다.  
 $f(x) - x = (x-1)(x-2)(x-3)$   
 $\therefore f(x) = (x-1)(x-2)(x-3) + x, f(4) = 10$

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라 하면  
(i)  $f(1) = 1 \Rightarrow a + b + c + 1 = 1$   
(ii)  $f(2) = 2 \Rightarrow 4a + 2b + c + 8 = 2$   
(iii)  $f(3) = 3 \Rightarrow 9a + 3b + c + 27 = 3$   
위의 세식을 연립하여 풀면,  
 $a = -6, b = 12, c = -6$   
 $\Rightarrow f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 6$   
 $\therefore f(4) = 4^3 - 6 \times 4^2 + 12 \times 4 - 6 = 10$

20.  $f(x) = x^3 - p$ ,  $g(x) = x^3 - 2x$ 에 대하여 방정식  $f(x) = 0$ 의 세 근을  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 라고 할 때,  $g(\alpha)g(\beta)g(\gamma)$ 의 값을  $p$ 로 바르게 나타낸 것은?

①  $p^3$

②  $-p^3 + 2p$

③  $-3p^3$

④  $3p^3 - 6p$

⑤  $p^3 - 8p$

해설

$x^3 - p = 0$ 의 세 근을  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ 라 하면

$$\alpha^3 - p = 0, \beta^3 - p = 0, \gamma^3 - p = 0$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 0, \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 0,$$

$$\alpha\beta\gamma = p \text{이 성립한다.}$$

이 때,

$$g(\alpha)g(\beta)g(\gamma) = (\alpha^3 - 2\alpha)(\beta^3 - 2\beta)(\gamma^3 - 2\gamma) = (p - 2\alpha)(p - 2\beta)(p - 2\gamma)$$

$$= p^3 - 2(\alpha + \beta + \gamma)p^2 + 4(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha)p - 8\alpha\beta\gamma = p^3 - 8p$$