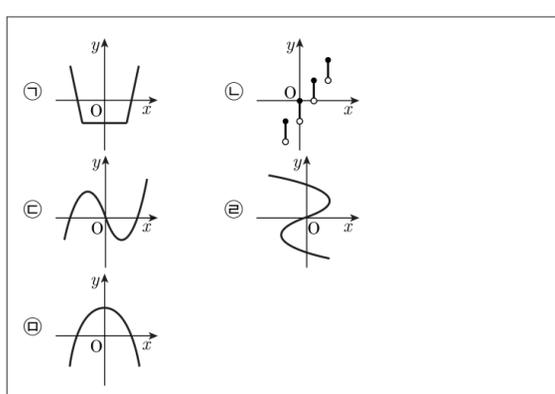


1. 다음 그래프 중 함수인 것은?



- ① ㉠, ㉡, ㉢  
 ② ㉠, ㉢, ㉤  
 ③ ㉠, ㉢, ㉣  
 ④ ㉡, ㉢, ㉤  
 ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ 함수  
 ㉡ 함수가 아니다.  
 ㉢ 함수  
 ㉣ 함수가 아니다.  
 ㉤ 함수  
 따라서 ㉠, ㉢, ㉤만이 함수이다.

해설

2.  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$ ,  $f(x) = |2x - 3|$ 으로 주어질 때, 다음 중  $f(X)$ 의 원소가 아닌 것은 무엇인가? (단,  $f(X)$ 는 함수  $f$ 의 치역)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 5      ⑤ 7

해설

$f(x) = |2x - 3|$ 에서  
 $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 1$ ,  $f(3) = 3$ ,  $f(4) = 5$ ,  $f(5) = 7$  이므로  
 $f(X) = \{1, 3, 5, 7\}$   
 $\therefore 2 \notin f(X)$

3. 집합  $X = \{x|x \text{는 자연수}\}$  에 대하여  $X$  에서  $X$  로의 함수  $f$  는 상수 함수이다.  $f(2) = 2$  일 때,  $f(1) + f(3) + f(5) + \dots + f(19)$  의 값은 얼마인가?

- ① 100      ② 50      ③ 38      ④ 20      ⑤ 10

해설

$f(x)$  가 상수함수이므로,  
 $f(1) = f(3) = \dots = f(19) = 2$   
 $\therefore f(1) + f(3) + \dots + f(19) = 2 \cdot 10 = 20$

4.  $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{1, 2, 3\}$  에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$  의 개수를 구하면?

- ① 6 개    ② 8 개    ③ 18 개    ④ 24 개    ⑤ 27 개

해설

$$3 \times 3 \times 3 = 27$$

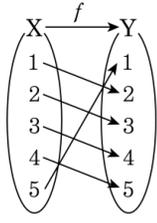
5. 두 함수  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = -3x + 2$  의 합성함수  $g \circ f$  를 구하면 무엇인가?

- ①  $y = -6x - 1$       ②  $y = -6x$       ③  $y = -6x + 1$   
④  $y = -6x + 3$       ⑤  $y = -6x + 5$

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 1) = -3(2x + 1) + 2 = -6x - 1$  이다.

6. 다음 그림과 같이 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 함수  $f : X \rightarrow X$ 에 대하여  $(f \circ f)(a) = 3$ 이 되는  $a$ 의 값은?



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(f(a)) = 3$  이므로  $f(a) = 2$   
 $\therefore a = 1$

7. 함수  $f(x)$  는 임의의 두 실수  $a, b$  에 대하여  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  를 만족시킨다. 이러한 함수를 다음에서 고르면?

①  $f(x) = |x|$

②  $f(x) = -x^2$

③  $f(x) = 3x$

④  $f(x) = 2x + 3$

⑤  $f(x) = x^3 + 3x$

해설

①  $f(a+b) = |a+b|$

$f(a) + f(b) = |a| + |b|$

이 때  $|a+b| \leq |a| + |b|$

②  $f(a+b) = -(a+b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2$

$f(a) + f(b) = -a^2 - b^2$

③  $f(a+b) = 3(a+b) = 3a + 3b = f(a) + f(b)$

④  $f(a+b) = 2(a+b) + 3$

$f(a) + f(b) = 2a + 3 + 2b + 3 = 2(a+b) + 6$

⑤  $f(a+b) = (a+b)^3 + 3(a+b)$

$= (a+b)(a^2 + 2ab + b^2 + 3)$

$f(a) + f(b) = a^3 + 3a + b^3 + 3b$

$= a^3 + b^3 + 3(a+b)$

$= (a+b)(a^2 - ab + b^2 + 3)$

8. 실수 전체의 집합에 대하여 공집합이 아닌 부분집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = 2x^2 - 10x - 5, g(x) = -x^2 + 2x + 10$ 이 서로 같을 때, 집합  $X$ 의 개수는 몇 개인가?

① 0개    ② 1개    ③ 2개    ④ 3개    ⑤ 4개

해설

$f(x) = g(x)$ 이므로  
 $2x^2 - 10x - 5 = -x^2 + 2x + 10$ 에서  
 $3x^2 - 12x - 15 = 0, 3(x^2 - 4x - 5) = 0$   
 $(x - 5)(x + 1) = 0$   
 $\therefore x = 5, -1$   
즉,  $x = 5$  또는  $x = -1$ 일 때  $f(x) = g(x)$ 이다.  
 $\therefore X = \{-1\}, \{5\}, \{-1, 5\}$

9. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f$  중에서  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 \neq x_2$ 일 때,  $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수는 몇 개인가?

- ① 15개                      ② 60개                      ③ 120개  
④ 125개                      ⑤ 243개

해설

「 $x_1 \neq x_2$ 일 때,  $f(x_1) \neq f(x_2)$ 」는 일대일 함수를 의미한다.  
즉,  $X = \{1, 2, 3\}$ 이고  
 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로  
일대일 함수는  $5 \times 4 \times 3 = 60$ (개)

10. 함수  $f(x)$ 가  $f(2x+1) = 3x+2$ 를 만족할 때,  $f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$f(2x+1) = 3x+2$  에서  $2x+1 = 3$  이므로  
 $x = 1$  을 대입하면  
 $f(2 \cdot 1 + 1) = f(3) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$

11. 실수 전체의 집합  $R$  에서  $R$  로의 함수  $f$  가  $f : x \rightarrow x+1$  로 주어질 때,  $f^{2006}(2)$  의 값은 얼마인가? (단,  $f^1 = f$ ,  $f^{n+1} = f \circ f^n$ ,  $n$  은 자연수)

- ① 2002    ② 2004    ③ 2006    ④ 2008    ⑤ 2010

해설

$$f^2(x) = f(f(x)) = (x+1) + 1 = x+2$$

$$f^3(x) = f(f^2(x)) = (x+2) + 1 = x+3$$

$$f^4(x) = f(f^3(x)) = (x+3) + 1 = x+4$$

⋮

이상에서  $f^n(x) = x+n$  이므로

$$f^{2006}(x) = x+2006$$

$$\therefore f^{2006}(2) = 2+2006 = 2008$$

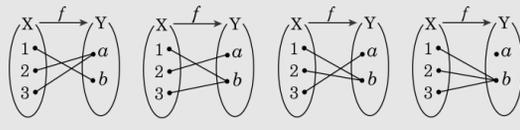
12. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{a, b\}$  에 대하여  $X$  에서  $Y$  로의 함수  $f$  중  $f(1) = b$  인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답:            개

▷ 정답: 4개

**해설**

$f(1) = b$  인 함수  $f$  는 다음과 같다  
따라서, 구하는 함수  $f$  는 4 개이다.



13.  $f(x) = -2x + 3$ ,  $g(x) = 4x + 1$  일 때,  $f \circ g \circ h = g$  를 만족하는 일차함수  $h(x)$  에 대하여  $h(2)$  의 값을 구하면?

- ① -3    ② -1    ③ 0    ④ 2    ⑤ 3

해설

$h(x) = ax + b$  라고 놓고

$$(g \circ h)(x) = 4(ax + b) + 1 = 4ax + 4b + 1$$

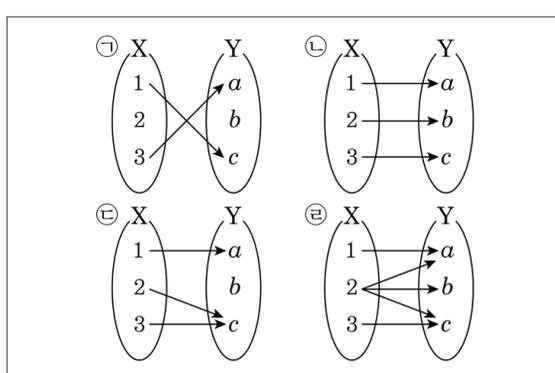
$$(f \circ (g \circ h))(x) = -2(4ax + 4b + 1) + 3 \\ = -8ax - 8b - 2 + 3 \\ = 4x + 1$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 0$$

$$h(x) = -\frac{1}{2}x$$

$$h(2) = -1$$

14. 다음 대응 관계 중  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수인 것을 모두 고른 것은?



- ① ㉠, ㉡                      ② ㉠, ㉢                      ③ ㉡, ㉣  
 ④ ㉠, ㉢, ㉣                  ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

**해설**

㉠  $X$ 의 원소 2에 대응하는  $Y$ 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.  
 ㉡, ㉢  $X$ 의 각 원소에  $Y$ 의 원소가 하나씩만 대응하므로 함수이다.  
 ㉣  $X$ 의 원소 2에 대응하는  $Y$ 의 원소가  $a, b, c$ 의 3개이므로 함수가 아니다.

15. 실수의 집합에서 실수의 집합으로의 함수  $f(x)$ 가 다음과 같이 주어질 때  $f(0)$ ,  $f(1)$ ,  $f(2)$  를 차례대로 구하여라.

$$f(x) = 2x + 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

**해설**

다음 요령에 따르면 된다.

$$f(0) = 2 \times 0 + 1 = 1, f(1) = 2 \times 1 + 1 = 3, f(2) = 2 \times 2 + 1 = 5$$

16. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 일대일 대응은 몇 가지인가?

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

해설

∴ 6가지

17. 다음 보기의 대응 중에서 함수인 것을 모두 고른 것은 무엇인가?

보기

- ㉠ 원의 반지름의 길이와 그 넓이의 대응
- ㉡ 이차방정식과 그 방정식의 실근의 대응
- ㉢ 선분과 그 길이의 대응
- ㉣ 함수와 그 함수의 정의역의 대응
- ㉤ 실수와 그 실수를 포함하는 집합의 대응

- ① ㉠, ㉡, ㉣
- ② ㉠, ㉡, ㉤
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉣
- ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ 모든 원의 반지름의 길이  $r$ 는 오직 하나의 넓이  $\pi r^2$ 에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
- ㉡ 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$ 에서  $b^2 - 4ac < 0$ 이면 대응을 갖지 못하고(허근),  $b^2 - 4ac > 0$ 이면 두 개의 대응을 가지므로(서로 다른 두 실근) 함수가 될 수 없다.
- ㉢ 모든 선분은 오직 하나의 길이에 대응되므로 함수가 될 수 있다.
- ㉣ 모든 함수는 반드시 정의역을 갖고 그 정의역은 유일하므로 함수가 될 수 있다.
- ㉤ 특정한 실수  $a$ 를 포함하는 집합은  $\{a\}$ ,  $\{a, b\}$ ,  $\{a, b, c\}$ , ... 등 무수히 많다. 즉, 실수  $a$ 에  $a$ 를 포함하는 무수히 많은 집합들이 대응되므로 함수가 될 수 없다. 따라서 함수인 것은 ㉠, ㉢, ㉣이다.

18. 실수전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f, g$  에 대하여  $f$  는 항등함수이고  $g(x) = -3(x$  는 실수) 일 때,  $f(2) + g(4)$  의 값은?

㉠ -1      ㉡ 1      ㉢ 2      ㉣ 3      ㉤ 4

해설

$f$  는 항등함수이므로  $f(x) = x$

$\therefore f(2) = 2$

모든 실수  $x$  에 대하여

$g(x) = -3$  이므로  $g$  는 상수함수이다.

$\therefore g(4) = -3$

$\therefore f(2) + g(4) = 2 + (-3) = -1$  이다.

19. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답:            개

▷ 정답: 8개

**해설**

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지  
2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지  
3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지  
따라서  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수의 개수는  
 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$

20. 두 함수  $f(x) = x + 2$ ,  $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여  $(g \circ f)(1)$ 의 값은?

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

해설

$$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = 5$$