1. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$을 인수분해 하면?

① $(x-y)(x+y+1)$

② $(x+y)(x-y-1)$

③ $(x-y)(x-y-1)$

④ $(x+y)(x+y-1)$

⑤ $(x+y)(x+y+1)$

해설

$$x^2 + y^2 + 2xy - x - y$$
$$= (x+y)^2 - (x+y) = (x+y)(x+y-1)$$

2. 세 개의 다항식 $x^3+ax+b,\ x^3+cx^2+a,\ cx^2+bx+4$, 의 공약수 중 하나가 $x-1$일 때, $a+b+c$의 값은?

① 2　　② -2　　③ 3　　④ -3　　⑤ 4

해설

$f(x)=x^3+ax+b \rightarrow\ f(1)=1+a+b=0\cdots$㉠
$g(x)=x^3+cx^2+a \rightarrow\ g(1)=1+c+a=0\cdots$㉡
$h(x)=cx^2+bx+4 \rightarrow\ h(1)=c+b+4=0\cdots$㉢
㉠ + ㉡ + ㉢에서 $2(a+b+c)+6=0$
$\therefore\ a+b+c=-3$

3. 다음 부등식을 동시에 만족하는 정수 x의 개수는?

$$x^2 < 3x + 40\ ,\ 3x^2 - 7x \geq 40$$

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$x^2 < 3x + 40$, $x^2 - 3x - 40 < 0$,

$(x-8)(x+5) < 0$, $-5 < x < 8$

$3x^2 - 7x \geq 40$, $3x^2 - 7x - 40 \geq 0$

$(3x+8)(x-5) \geq 0$,

$x \geq 5$ 또는 $x \leq -\dfrac{8}{3}$ $\rightarrow$

공통범위는 $-5 < x \leq -\dfrac{8}{3}$, $5 \leq x < 8$

정수는 $-4,\ -3,\ 5,\ 6,\ 7$: 5개이다.

4. 두 직선 $y=x+1, y=-2x+4$의 교점과 점 $(-1,3)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $y=-\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$ ② $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ ③ $y=\frac{1}{2}x-\frac{5}{2}$
④ $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ ⑤ $y=\frac{1}{2}x+3$

해설

$y=x+1 \Leftrightarrow x-y+1=0$
$y=-2x+4 \Leftrightarrow 2x+y-4=0$에서
두 직선의 교점을 지나는 방정식은
$(x-y+1)+k(2x+y-4)=0 \cdots\cdots$ ㉠
㉠이 점 $(-1,3)$을 지나므로
$(-1-3+1)+k\cdot\{2\cdot(-1)+3-4\}=0$
$\therefore\ k=-1$
따라서, $k=-1$ 을 ㉠에 대입하면
$y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

5. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

① $(x-a)(x-b)(x-c) = x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$

② $\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$

③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

④ $(x+a)(x+b)(x+c) = x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$

⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

해설

직육면체의 대각선의 길이가 28 이므로
가로를 a, 세로를 b, 높이를 c 라고 했을 때
$(a^2+b^2)+c^2 = 28^2$
모든 모서리의 길이의 합이 176이므로
$a+b+c=44$
따라서 ③번과 같은 식을 사용하여 겉넓이를 구할 수 있다.

6. 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{-2}-\dfrac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}}+\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$ 을 간단히 하여 $a+bi$ 의 꼴로 나타낼 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

$$\sqrt{-3}\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{-2}-\frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$$

$$=(\sqrt{-3}\times\sqrt{2})\times(\sqrt{3}\times\sqrt{-2})-\frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$$

$$=\sqrt{-6}\times\sqrt{-6}-\sqrt{-2}-\sqrt{-2}$$

$$=-\sqrt{36}-\sqrt{2}i-\sqrt{2}i=-6-2\sqrt{2}i$$

$$\therefore\ ab=12\sqrt{2}$$

7. 실수 x에 대하여, $\dfrac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} = -\sqrt{\dfrac{x+1}{x-2}}$ 이 성립할 때, $|x+1|+|x-2|$의 값을 구하면? (단, $(x+1)(x-2) \neq 0$)

① $2x-1$ ② $-2x+1$ ③ 3

④ -3 ⑤ $x+1$

해설

$\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\dfrac{b}{a}}$ 을 만족하려면,

$a < 0, \quad b \geq 0$ 이다.

따라서 $x+1 \geq 0,\ x-2 < 0,\ -1 \leq x < 2,\ x \neq -1,\ x \neq 2$

$\therefore\ -1 < x < 2$

$\therefore |x+1| + |x-2| = x+1-x+2 = 3$

8. 연립부등식

$$\begin{cases} \dfrac{10-x}{4} \le a \\ 6x-5 \le 2x+1 \end{cases}$$

이 정수해를 가질 때, 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\dfrac{10-x}{4} \le a$, $10-x \le 4a, x \ge -4a+10$

$6x-5 \le 2x+1$, $4x \le 6, x \le \dfrac{3}{2}$

정수해를 갖기 위해서는

$-4a+10 \le 1$

$\therefore a \ge \dfrac{9}{4}$

따라서 정수 a 의 최솟값은 3 이다.

9. 점 P(1, 2) 에서 직선 $2x+y-3=0$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, 점 H 의 좌표는?

① $\left(\frac{3}{5}, \frac{9}{5}\right)$　② $(2, 1)$　③ $\left(\frac{9}{5}, \frac{3}{5}\right)$

④ $(1, 2)$　⑤ $(2, 2)$

해설

H = (a, b) 라 하면, $\overline{PH}$ 는 $y=-2x+3$ 에 수직하고 H 는 직선 위에 있다.

i) $\dfrac{b-2}{a-1}=\dfrac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad a-2b=-3$

ii) $b=-2a+3$

i), ii) 를 연립하면, $a=\dfrac{3}{5}$ $b=\dfrac{9}{5}$

$\therefore \left(\dfrac{3}{5}, \dfrac{9}{5}\right)$

10. 두 원 $(x+3)^2+(y+2)^2=4$, $(x-5)^2+(y-4)^2=16$ 과 두 원의 공통외접선의 교점을 각각 A, B 라 하고, 두 원의 중심을 각각 C, D 라고 할 때, 사각형 CABD 의 넓이는?

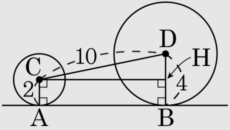
① $10\sqrt{2}$ ② $10\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{6}$ ④ $12\sqrt{3}$ ⑤ $12\sqrt{6}$

해설

두 원의 중심의 좌표는 각각

C$(-3,-2)$, D$(5,4)$ 이므로

$\overline{CD}=\sqrt{(5+3)^2+(4+2)^2}=10$



다음 그림과 같이 점 C 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 하면

$\overline{DH}=4-2=2$ 이므로

$\overline{CH}=\sqrt{100-4}=4\sqrt{6}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{CH}=4\sqrt{6}$

따라서, 사각형 CABD는 사다리꼴이므로 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times(4+2)\times 4\sqrt{6}=12\sqrt{6}$

11. 직선 $y = x + k$가 원 $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$와 만나서 생기는 현의 길이가 8 일 때, 상수 k의 값은?

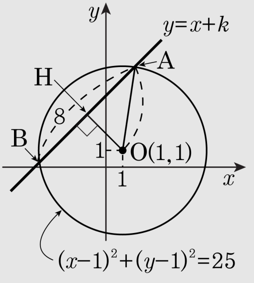
① $2\sqrt{3}$　　② $\pm 2\sqrt{3}$　　③ $3\sqrt{2}$

④ $-3\sqrt{2}$　　⑤ $\pm 3\sqrt{2}$

해설

다음 그림과 같이 주어진 원과 직선의 교점을 A, B라 하고,
원의 중심 O(1, 1)에서 직선 $x - y + k = 0$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$$



직각삼각형 OHA에서

$$\overline{OH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{AH}^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \cdots ㉠$$

또 원의 중심 O(1, 1)에서
직선 $x - y + k = 0$
사이의 거리가 $\overline{OH}$이므로

$$\overline{OH} = \frac{|1 - 1 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}} \cdots ㉡$$

㉠, ㉡에서 $\frac{|k|}{\sqrt{2}} = 3$

$\therefore k = \pm 3\sqrt{2}$

12. 원 $x^2+y^2=20$ 위의 점 $(4, -2)$ 에서의 접선의 방정식이 $y=ax+b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

원 $x^2+y^2=20$ 위의 점 $(4, -2)$ 에서의 접선의 방정식은

$4x-2y=20 \quad \therefore\ y=2x-10$

따라서, $a=2,\ b=-10 \quad \therefore\ a+b=2-10=-8$

13. $x^2+y^2=5$에 접하고, 기울기가 -2이며, 제 $1, 2, 4$사분면을 지나는 접선의 방정식을 구하면?

① $y=-2x-\sqrt{5}$

② $y=-2x+5$

③ $y=-2x-3\sqrt{5}$

④ $y=-2x-5$

⑤ $y=-2x-5\sqrt{5}$

해설

기울기가 -2인 직선의 방정식을 $y=-2x+c$라 하고, 직선과 원점간의 거리가 원의 반지름인 $\sqrt{5}$와 같으므로

$$\frac{|c|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

$\therefore\ c=\pm 5$

제 $1, 2, 4$사분면을 지나야 하므로

$\therefore\ c=5 \quad \therefore y=-2x+5$

14. 곡선 $(x-y+1)+m(x^2+y^2-1)=0$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, m 은 임의의 상수)

(Ⅰ) 항상 $(0,\ 1)$과 $(-1,\ 0)$을 지난다. (Ⅱ) $x-y+1=0$과 $x^2+y^2=1$의 교점을 지나는 모든 원을 표시 할수 있다. (Ⅲ) 위의 곡선으로 표시 할 수 있는 유일한 직선은 $y=x+1$이다.

① Ⅰ　② Ⅱ　③ Ⅲ

④ Ⅰ, Ⅱ　⑤ Ⅰ, Ⅲ

해설

준 식은 $x^2+y^2-1=0$ 과 $x-y+1=0$ 의 교점을 지나는 도형의 방정식이다.
$m=0$ 일 때만 $x-y+1=0$ 이 되어 직선을 나타내며, 그 외에는 항상 원을 나타낸다.
단, m 의 값이 어떤 실수로 주어져도 $x^2+y^2-1=0$ 인 원은 나타낼 수 없다.

15. 직선 $y=2x+k$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 y 절편이 -3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

직선 $y=2x+k$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 직선의 방정식은 $-y=-2x+k$, 즉 $y=2x-k$
이 때, 이 직선의 y 절편이 -3 이 되어야 하므로
$-k=-3$
$\therefore k=3$

16. 점 P $(3, -4)$를 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P′ 이라 할 때, 선분 PP′ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 $P(3, -4)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동한 점
P′ 의 좌표는 $(3, 4)$이므로
$\overline{PP'} = \sqrt{(3-3)^2 + (-4-4)^2} = 8$

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x 축의 양의 방향으로 -1 , y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동하였더니 $y = 2x^2$ 의 그래프와 같을 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

1) x 축 대칭 : y대신에 $-y$를 대입

$\Rightarrow -y = ax^2 + x + c$

2) x 축으로 -1, y 축으로 3 이동

$\Rightarrow -(y-3) = a(x+1)^2 + b(x+1) + c$

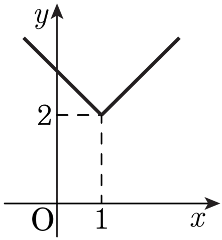
$\Rightarrow y = -ax^2 - (2a+b)x + 3 - a - b - c$

$y = 2x^2$ 과 비교한다.

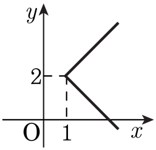
$\therefore a = -2,\ \ b = 4,\ \ c = 1$

$\Rightarrow a + b + c = 3$

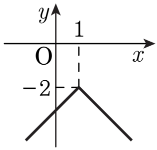
18. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 아래 그림과 같을 때, 다음 중 방정식 $f(y, x) = 0$ 이 나타내는 도형은?



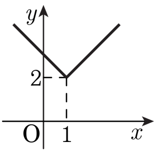
①



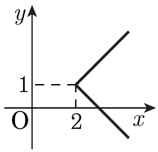
②



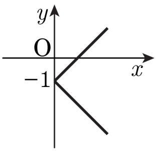
③



④



⑤



해설

도형 $f(x, y) = 0$ 을 $y = x$ 에 대해 대칭이동하면 $f(y, x) = 0$ 이 된다.
따라서 (1, 2) 는 (2, 1) 로 이동되며,
도형 전부를 대칭이동하면 4 번의 그림이 된다.

19. $(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)$ 을 간단히 하면?

① 4^8+3^8 ② $4^{15}-3^{15}$ ③ $4^{15}+3^{15}$

④ $4^{16}-3^{16}$ ⑤ $4^{16}+3^{16}$

해설

$$\begin{aligned}
&(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4-3)(4+3)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4^2-3^2)(4^2+3^2)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4^4-3^4)(4^4+3^4)(4^8+3^8)\\
&=(4^8-3^8)(4^8+3^8)\\
&=4^{16}-3^{16}
\end{aligned}$$

20. $x^4+4y^4=(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2)$을 이용하여 다음 식의 값을 구하면?

$$\frac{(11^4+324)(23^4+324)(35^4+324)(47^4+324)}{(5^4+324)(17^4+324)(29^4+324)(41^4+324)}$$

① 192　② 193　③ 194　④ 195　⑤ 196

해설

$x^4+4y^4=(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2)$

$=\{(x-y)^2+y^2\}\{(x+y)^2+y^2\}$ 이고,

$324=4\times3^4$ 이므로

$11^4+324=(11^2-2\times11\times3+2\times3^2)(11^2+2\times11\times3+2\times3^2)$

$=\{(11-3)^2+3^2\}\{(11+3)^2+3^2\}$

$=(8^2+3^2)(14^2+3^2)$

따라서 차례대로 모두 정리해 보면 주어진 식은

$$\frac{\{(8^2+3^2)(14^2+3^2)\}\{(20^2+3^2)(26^2+3^2)\}}{\{(2^2+3^2)(8^2+3^2)\}\{(14^2+3^2)(20^2+3^2)\}}$$

$$\frac{\{(32^2+3^2)(38^2+3^2)\}\{(44^2+3^2)(50^2+3^2)\}}{\{(26^2+3^2)(32^2+3^2)\}\{(38^2+3^2)(44^2+3^2)\}}$$

$$=\frac{50^2+3^2}{2^2+3^2}=\frac{2509}{13}=193$$

21. 유리수 $a,\ b,\ c,\ d$에 대하여 $(\sqrt{2}+i)^4+a(\sqrt{2}+i)^3+b(\sqrt{2}+i)^2+c(\sqrt{2}+i)+d=0$을 만족한다. 이 때, $a-b-c-d$의 값은? (단, $i^2=-1$)

① -7 ② 3 ③ 1 ④ -1

해설

$(\sqrt{2}+i)^4=-7+4\sqrt{2}i$, $(\sqrt{2}+i)^3=-\sqrt{2}+5i$,
$(\sqrt{2}+i)^2=1+2\sqrt{2}i$
$(-7+4\sqrt{2}i)+a(-\sqrt{2}+5i)$
$+b(1+2\sqrt{2}i)+c(\sqrt{2}+i)+d=0$
$(-7-\sqrt{2}a+b+\sqrt{2}c+d)$
$+(4\sqrt{2}+5a+2\sqrt{2}b+c)i=0$
$\therefore\ (-7+b+d)+(c-a)\sqrt{2}=0,$
$(5a+c)+(4+2b)\sqrt{2}=0$
$a,\ b,\ c,\ d$ 는 유리수이므로 $-7+b+d=0$:
$c-a=0,\ 5a+c=0,\ 4+2b=0$
$\therefore\ a=0,\ b=-2,\ c=0,\ d=9$
$\therefore\ a-b-c-d=-7$

22. a, b는 양수라 할 때, 다음 중 $z = a(1+i) + b(1-i), i = \sqrt{-1}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $1-3i$　　② $2+3i$　　③ $4-2i$

④ $-3+2i$　　⑤ $2-5i$

해설

$z = (a+b) + (a-b)i$ (a, b 는 양수)

① $1-3i$ 에서 $a+b=1,\ a-b=-3$

$a=-1,\ b=2 \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

② $2+3i$ 에서 $a+b=2,\ a-b=3$

$a=\frac{5}{2},\ b=-\frac{1}{2} \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

③ $4-2i$ 에서 $a+b=4,\ a-b=-2$

$a=1,\ b=3 \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건을 만족시킴

④ $-3+2i$ 에서 $a+b=-3,\ a-b=2$

$a=-\frac{1}{2},\ b=-\frac{5}{2} \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

⑤ $2-5i$ 에서 $a+b=2,\ a-b=-5$

$a=-\frac{3}{2},\ b=\frac{7}{2} \Rightarrow a,\ b$는 양수라는 조건에 어긋남

23. 연립부등식 $a+1<\frac{x}{2}<\frac{a+11}{6}$의 해가 $-2<x<3$일 때, 상수 a의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 1　⑤ 2

해설

$a+1<\frac{x}{2}$, $2a+2<x$

$\frac{x}{2}<\frac{a+11}{6}$, $x<\frac{a+11}{3}$

$2a+2<x<\frac{a+11}{3}$과 $-2<x<3$이 같으므로

$2a+2=-2$

$\therefore\ a=-2$

24. A(3, −1) 에서 원 $x^2 + y^2 = 5$ 에 그은 접선의 방정식을 구하면?

① $x - 2y - 6 = 0, 2x + y - 4 = 0$

② $x - 2y - 5 = 0, 2x + y - 5 = 0$

③ $x - 2y - 4 = 0, 2x + y - 5 = 0$

④ $x - 2y - 3 = 0, 2x + y - 4 = 0$

⑤ $x - 2y - 2 = 0, 2x + y - 3 = 0$

해설

점 A 를 지나는 접선의 기울기를 m 이라 하면, $y = m(x-3) - 1$
접선이므로 원 중심에서 직선까지 거리는 반지름과 같다.

$$\frac{|-3m-1|}{\sqrt{m^2+1^2}} = \sqrt{5}$$

$$2m^2 + 3m - 2 = 0$$

$$\therefore \quad m = \frac{1}{2}, \ -2$$

$y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$, $y = -2x + 5$ 이므로

접선의 방정식은 $x - 2y - 5 = 0$ or $2x + y - 5 = 0$

25. $x+y+z=0$, $x^2+y^2+z^2=4$일 때, $x^4+y^4+z^4$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$
$0 = 4+2(xy+yz+zx)$
$\therefore\ xy+yz+zx=-2$

$(xy+yz+zx)^2$
$= x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2+2(xy^2z+xyz^2+x^2yz)$
$= x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2+2xyz(x+y+z)$
$4 = x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2+0$
$\therefore\ x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2=4$

$(x^2+y^2+z^2)^2 = x^4+y^4+z^4+2(x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2)$
$16 = x^4+y^4+z^4+2\cdot 4$
$\therefore\ x^4+y^4+z^4=8$

26. 4차의 다항식 $f(x)$가 $f(0)=0$, $f(1)=\frac{1}{2}$, $f(2)=\frac{2}{3}$, $f(3)=\frac{3}{4}$, $f(4)=\frac{4}{5}$를 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

주어진 조건에 따라

$f(n)=\frac{n}{n+1}(n=0,1,2,3,4)$

$(n+1)f(n)-n=0$

$g(x)=(x+1)f(x)-x$로 놓으면

$g(0)=g(1)=g(2)=g(3)=g(4)=0$

그런데 $g(x)$는 다항식이므로 나머지정리에 의해

$x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$를 인수로 갖는다.

또, $f(x)$가 4차식이므로 $g(x)$는 5차식이다.

$\therefore\ g(x)=ax(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(a\neq 0)\cdots$ ㉠

그런데, $g(-1)=1$이므로 ㉠에서

$g(-1)=-(5\times4\times3\times2\times1)a=1$

$\therefore\ a=-\frac{1}{(5\times4\times3\times2\times1)}$

$g(x)=(x+1)f(x)-x$

$=-\frac{1}{(5\times4\times3\times2\times1)}x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

$g(5)=6f(5)-5=-\frac{(5\times4\times3\times2\times1)}{(5\times4\times3\times2\times1)}=-1$

$\therefore\ f(5)=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

27. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대하여 등식 $(1-2i)z-i\bar{z}=3-5i$ 를 만족하는 z 는?

① $1+i$ ② $2+i$ ③ $2+2i$

④ $1-i$ ⑤ $2-i$

해설

$z=a+bi$ 라 하면 $\bar{z}=a-bi$ 이므로

$(1-2i)(a+bi)-i(a-bi)=a+bi-2ai+2b-ai-b$

$=(a+b)+(-3a+b)i=3-5i$

따라서 $a+b=3$, $-3a+b=-5$ 이므로 연립하여 풀면

$a=2$, $b=1$

따라서 $z=2+i$ 이다.

28. 삼차방정식 $x^3-mx^2+24x-2m+4=0$의 한 근이 $4-2\sqrt{2}$일 때, 유리수 m의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m=10$

해설

$x=4-2\sqrt{2}$를 주어진 방정식에 대입하면

$(4-2\sqrt{2})^3-m(4-2\sqrt{2})^2+24(4-2\sqrt{2})-2m+4=0$

이 식을 정리하면

$(260-26m)-(160-16m)\sqrt{2}=0$

무리수가 서로 같은 조건에 의하여

$260-26m=0$, $160-16m=0$

따라서, $m=10$

계수가 유리수인 방정식이므로 $4-2\sqrt{2}$가 근이면 $4+2\sqrt{2}$도 근이다.

나머지 한 근을 α라고 하면 근과 계수와의 관계에서

$(4+2\sqrt{2})+(4-2\sqrt{2})+\alpha=m$ ······㉠

$(4+2\sqrt{2})(4-2\sqrt{2})\alpha=2m-4$ ······㉡

㉠에서 $\alpha=m-8$ ······㉢

㉡에서 $8\alpha=2m-4$ ······㉣

㉢을 ㉣에 대입하면 $8(m-8)=2m-4$

$\therefore\ m=10$

29. 삼차방정식 $x^3+px+2=0$의 세 근이 모두 정수일 때, p의 값을 구하면?

① 4　　② -3　　③ -2　　④ 4　　⑤ 5

해설

세 근을 α , β , γ 라고 하면

$\alpha+\beta+\gamma=0$ ⋯⋯ ㉠

$\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=p$ ⋯⋯ ㉡

$\alpha\beta\gamma=-2$ ⋯⋯ ㉢

㉢에서

$-2=(-1)\times1\times2=1\times1\times(-2)=(-1)(-1)(-2)$

㉠에서 $\alpha+\beta+\gamma=0$ 이어야 하므로

$\alpha=1, \beta=1, \gamma=-2$

㉡에서 $p=1\times1+1\times(-2)+(-2)\times1=-3$

30. 점 $(-1,2)$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시킨 후, 다시 y 축에 대하여 대칭이동시켰다. 이것을 x 축으로 a, y 축으로 b 만큼 평행이동시킨 후 다시 원점에 대하여 대칭이동시켰더니 점 $(1,2)$ 가 되었다. $a+b$ 의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

점$(-1,\ 2)$ 를 x 축에 대하여
대칭이동하면 $(-1,-2)$
이것을 y 축에 대하여 대칭이동하면 $(1,-2)$
이것을 다시 x 축으로 a,
y 축으로 b 만큼 평행이동하면
$(1+a,\ -2+b)$
원점에 대하여 대칭이동하면 $(-1-a,\ 2-b)$
이것이 점 $(1,2)$ 가 되려면 $a=-2,\ b=0$
$\therefore a+b=-2$