

1. 다음 보기 중에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = 2x(x - 1)$

㉡ $y = \frac{x}{3} - 4$

㉢ $y = -3x^2 + 7$

㉣ $y = 2x^3 + x^2 - 5$

㉤ $y = \frac{5}{x^2}$

㉥ $y = \frac{x^2 + 2}{3}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a \neq 0$ 이면 이차함수
이차함수인 것은 ② ㉠, ㉢, ㉥이다.

2. 다음 이차함수 중 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y = x^2$

② $y = -x^2$

③ $y = \frac{4}{9}x^2$

④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{2}x^2$

해설

x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

3. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(4, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ 6

④ 1

⑤ 2

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면

$$y = (x - 2)^2$$

점 $(4, m)$ 을 지나므로

$$m = (4 - 2)^2$$

$$\therefore m = 4$$

4. 이차함수 $y = (x+2)^2 + 3$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-2)^2 + 3$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -(x+2)^2 - 3$

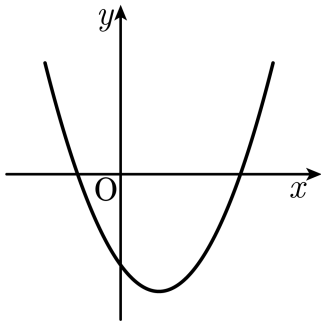
④ $y = -(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = (x+2)^2 + 3$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -(x+2)^2 - 3$ 이다.

5. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호로 옳은 것은?



- ① $a < 0, p > 0, q > 0$ ② $a > 0, p < 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q > 0$ ④ $a > 0, p > 0, q < 0$
⑤ $a > 0, p > 0, q > 0$

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이고,
꼭짓점 (p, q) 는 제4 사분면에 있으므로 $p > 0, q < 0$ 이다.

6. 이차함수 $y = 2(x+1)^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $x = -1$ 을 축으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -2)$ 이다.

③ y 절편은 -2 이다.

④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.

⑤ $(1, 6)$ 을 지난다.

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이므로 y 절편은 0 이다.

7. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 2$ 를 $y = (x + A)^2 - B$ 의 꼴로 변형시켰을 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}y &= x^2 + 4x + 2 \\&= (x + 2)^2 - 4 + 2 \\&= (x + 2)^2 - 2\end{aligned}$$

$A = 2$, $B = 2$ 이므로 $A + B = 4$ 이다.

8. 이차함수 $y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(2, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$y = -4x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = -4(x - 1)^2 - 3$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$a = -4(2 - 1)^2 - 3$$

$$\therefore a = -7$$

9. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x - 4$ 에서 $f(a) = -4$ 일 때, a 의 값을 모두 고르면?

① -3

② 0

③ 3

④ 6

⑤ 9

해설

$f(a) = a^2 - 6a - 4 = -4$, $a(a - 6) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 6$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수 b 의 값을 구하여라.

(가) 상수 m, n 에 대하여 $m - n = 6$ 이다.

(나) 두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 지난다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 함수식에 대입하면 $m = a + b + c$, $n = a - b + c$

두 식을 연립하여 풀면 $m - n = 2b$, $m - n = 6$ 이므로 $2b = 6$ $\therefore b = 3$

11. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 $(3, a)$ 가 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

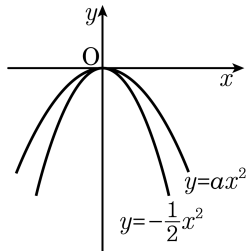
▷ 정답 : $a = 9$

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3, y = a$ 를 대입하면

$$a = 3^2 = 9$$

12. 포물선 $y = ax^2$ 의 그래프가 아래 그림과 같이 x 축과 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위를 구하면?



- ① $-\frac{1}{2} < a < 0$ ② $a > -\frac{1}{2}$
 ③ $0 < a < \frac{1}{2}$ ④ $a > \frac{1}{2}$
 ⑤ $a \geq -\frac{1}{2}$

해설

$y = ax^2 (a \neq 0)$ 에서 위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$, a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아지므로 $-\frac{1}{2} < a < 0$ 이다.

13. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 원점이 꼭짓점이다.

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.

③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.

④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

14. 이차함수 $y = x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 두 점 $(1, 4)$, $(-1, 12)$ 를 지날 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = x^2 + 1$ 를 x 축, y 축의 방향으로 각각 p , q 만큼 평행이동한 식을

$y = x^2 + ax + b$ 라고 하면

$(1, 4)$, $(-1, 12)$ 를 대입하면

$$1 + a + b = 4, a + b = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$1 - a + b = 12, -a + b = 11 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서 $a = -4$, $b = 7$

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x + 7 = (x-2)^2 + 3 \\ &= (x-p)^2 + 1 + q \end{aligned}$$

$$p = 2, 1 + q = 3, q = 2$$

$$\therefore p + q = 2 + 2 = 4$$

15. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -1$

② $x < -2$

③ $x > 2$

④ $x < 1$

⑤ $x < \frac{1}{2}$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

16. 이차함수 $y = -x^2 + 8x + m$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

그래프가 x 축에 접하려면 $y = a(x - p)^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$y = -x^2 + 8x + m = -(x - 4)^2 + 16 + m$$

$$\therefore 16 + m = 0$$

$$\therefore m = -16$$

17. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

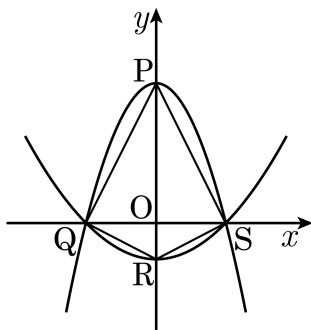
▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

18. 함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동하고, $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그림을 나타낸 것이다. 이 때 다음 설명 중 옳은 것의 개수는?



㉠ 점 $P(0,4)$ 이고, 점 $R(0,-1)$ 이다.

㉡ 점 $Q(2,0)$ 이고, 점 $S(-2,0)$ 이다.

㉢ $\overline{QS} = 8$ 이다.

㉣ $\triangle PRS = 5$, $\triangle QPR = 8$ 이다.

㉤ $\square PQRS = 12$ 이다.

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = -x^2 + 4$

함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프의 식은 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$

$y = -x^2 + 4$ 에 $y = 0$ 을 대입하면 점 $Q(-2,0)$, $S(2,0)$ 이다.

$\overline{QS} = 4$

또, $P(0,4)$ 이고 $R(0,-1)$

$\triangle PRS = \triangle QPR = 5$

따라서 옳은 것은 ㉠이므로 1 개이다.

19. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{74}{3}$

④ $-\frac{80}{3}$

⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
 $y = -3(x - 5)^2 - 2$ 이고

$y = -3(x - 5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k - 5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.

상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로
 $\frac{74}{3}$ 이다.

20. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

21. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$

② $a \geq -\frac{3}{4}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

④ $a \leq \frac{7}{25}$

⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

해설

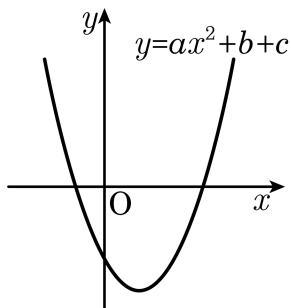
$$y = a(x + 5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$$

$$(y\text{절편}) \geq 0$$

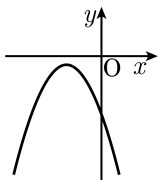
$$-7 + 25a \geq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{7}{25}$$

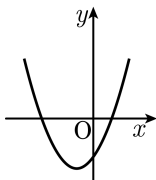
22. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



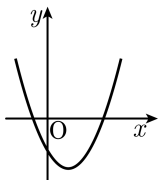
①



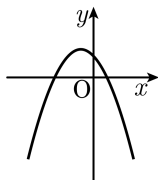
②



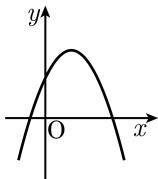
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

23. 이차함수 $y = 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18$ 의 그래프의 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있을 때, k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 < k < 0$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 + 6kx + 4k^2 - 3k - 18 \\&= 3(x+k)^2 - 3k^2 + 4k^2 - 3k - 18 \\&= 3(x+k)^2 + k^2 - 3k - 18\end{aligned}$$

꼭짓점은 $(-k, k^2 - 3k - 18)$

이때, 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있으므로

$$-k > 0 \quad \therefore k < 0$$

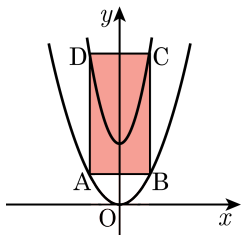
$$k^2 - 3k - 18 < 0$$

$$(k+3)(k-6) < 0$$

$$\therefore -3 < k < 6$$

따라서 $-3 < k < 0$ 이다.

24. 다음 그림에서 두 점 A, B는 이차함수 $y = x^2$ 위의 점이고, 점 C, D는 이차함수 $y = 3x^2 + 2$ 위의 점이다. 사각형 ABCD에서 $2\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, 이 직사각형의 넓이를 구하여라. (단, 사각형의 각 변은 모두 좌표축과 평행하다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 B의 x 좌표를 a 라 하면

$$A(-a, a^2), B(a, a^2), C(a, 3a^2 + 2), D(-a, 3a^2 + 2)$$

$$2\overline{AB} = \overline{BC} \text{ 이므로}$$

$$4a = 3a^2 + 2 - a^2 = 2a^2 + 2$$

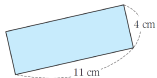
$$(a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

따라서 $\square ABCD = 2 \times 4 = 8$ 이다.

25.

직사각형의 넓이를 구하려고 합니다. □ 안에 알맞은 수를 써넣으시오.



$$(\text{넓이}) = \square \times \square = \square (\text{cm}^2)$$

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설