

1. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 10 보다 큰 짝수들의 모임
- ② 아주 큰 수들의 모임
- ③ 몸무게가 40kg 이하인 우리 반 학생들의 모임
- ④ 예쁜 강아지들의 모임
- ⑤ 공부를 잘하는 학생들의 모임

해설

‘아주 큰’, ‘예쁜’ 은 명확한 기준이 될 수 없다.

2. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 일 때, 집합 A , B , C 의 포함 관계를 기호로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $B \subset C \subset A$

해설

$$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$\therefore B \subset C \subset A$$

3. 다음 중 부분집합의 개수가 16 개인 집합은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 17 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 15 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ④ $\{a, b, c, d, e\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

- ① $2^2 = 4$ (개)
- ② 2^{16} (개)
- ③ $2^7 = 128$ (개)
- ④ $2^5 = 32$ (개)
- ⑤ $2^4 = 16$ (개)

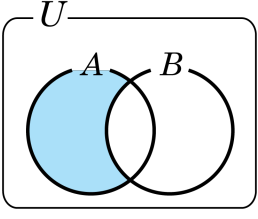
4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3을 포함하고 원소 6을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?
- ① $\emptyset$ ② $\{1, 6\}$ ③ $\{1, 4, 12\}$
- ④ $\{1, 3, 4, 10\}$ ⑤ $\{1, 3, 4, 12\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로

- ① 원소 1, 3이 포함되지 않음.
- ② 원소 6이 포함.
- ③ 원소 3이 포함되지 않음.
- ④ $\{1, 3, 4, 10\} \not\subset A$
- ⑤ $\{1, 3, 4, 12\} \subset A$

5. 다음 중에서 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 집합으로 옳게 표현한 것은?



- ① A^c
- ② $B - A$
- ③ $U - A$
- ④ $B \cap A^c$
- ⑤ $A \cap B^c$

해설

①, ③

Venn diagram for options 1 and 3: Universal set U with circles A and B . The area outside circle A is shaded blue.

②, ④

Venn diagram for options 2 and 4: Universal set U with circles A and B . The area outside circle B is shaded blue.

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이고, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, $(A \cup B^c)^c$ 을 구하면?
- ① $\{1, 3\}$ ② $\{2, 4\}$ ③ $\{5, 7\}$
④ $\{3, 5, 7\}$ ⑤ $\{5, 6, 7\}$

해설

$$(A \cup B^c)^c = A^c \cap B = B \cap A^c = B - A = \{5, 7\}$$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20, n(B) = 15, n(A \cup B) = 25$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

차집합을 구하려면 $n(A \cap B)$ 를 먼저 구해야 한다.

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 20 + 15 - 25 \\ &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= 20 - 10 \\ &= 10 \end{aligned}$$

8. 명제「내일 소풍가지 않으면, 비가 온다.」의 대우는?

- ① 내일 소풍가면, 비가 오지 않는다.
- ② 내일 비가 오면, 소풍 가지 않는다.
- ③ 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.
- ④ 내일 소풍 가지 않으면, 비가 오지 않는다.
- ⑤ 내일 소풍 가면, 비가 온다.

해설

명제 ' $p \rightarrow q$ '의 대우는 ' $\sim q \rightarrow \sim p$ '이다.

p : 소풍가지 않는다. q : 비가 온다.

따라서 $\sim q \rightarrow \sim p$: 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.(여기에서 '내일'은 가정, 결론에 포함되는 것이 아니라 명제의 대전제가 되는 부분이다.)

9. 다음 중 집합 {1, 3, 5, 7, 9} 를 조건제시법으로 나타낸 것으로 옳지 않은 것은?
- ① $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 홀수}\}$
 - ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
 - ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 미만의 홀수}\}$
 - ④ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$
 - ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{ 인 수}\}$

해설

④ {1, 3, 5, 7}

10. 다음 중 무한집합인 것은?

- ① $\{a, b\}$
- ② $\emptyset$
- ③ $\{x|x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{12\}$: 유한집합
- ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

11. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap (B \cup C)$ 는?

① $\{4, 8\}$

② $\{1, 2, 4, 8\}$

③ $\{1, 2, 6\}$

④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐 보면

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$ 가 된다.

집합 A 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여 $A \cap B^c = A$, $n(A) = 9$, $n(B) = 14$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

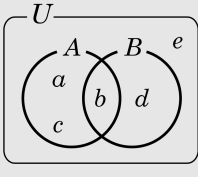
$A \cap B^c = A - B = A$ 이므로 A, B 는 서로소
 $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 23$

13. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, c\}, B = \{b, d\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

- ① $\{a\}$ ② $\{a, c\}$ ③ $\{b\}$ ④ $\{e\}$ ⑤ $\{b, e\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{a, b, c, d\})^c = \{e\}$ 이다.



14. 세 집합 $A = \{2, 4, 5, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$, $C = \{4, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap C$ 는?

① $\{3\}$

② $\{8\}$

③ $\{3, 8\}$

④ $\{3, 8, 9\}$

⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

$(A - B) \cap C = \{2, 5, 8\} \cap \{4, 7, 8, 9\} = \{8\}$ 이다.

15. 다음 중에서 명제 ‘자연수 n 의 각 자리 숫자의 합이 6의 배수이면, n 은 6의 배수이다.’가 거짓임을 보여주는 n 의 값은?

① 30

② 33

③ 40

④ 42

⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33의 경우 $3+3=6$ 이지만, 33은 6의 배수가 아니다.

16. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $\{2, 5\} \subset X \subset A$ 를 만족하는 집합 X 로 옳지 않은을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① $\{2, 3, 4\}$
- ② $\{2, 3, 5\}$
- ③ $\{2, 5, 7\}$
- ④ $\{2, 3, 4, 5\}$
- ⑤ $\{2, 3, 5, 7\}$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이고, $\{2, 5\} \subset X \subset A$ 이므로 집합 X 는 $\{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 5를 반드시 포함하는 집합이다.

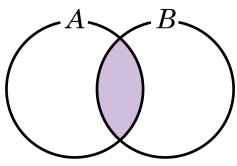
① $5 \notin \{2, 3, 4\}$

④ $4 \notin A$

따라서 집합 X 로 옳지 않은 것은 ①, ④이다.

17. 두 집합

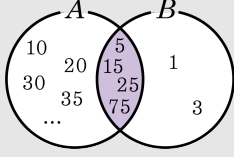
$A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 색칠한 부분에 해당하는 원소가 아닌 것은?



- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 25 ⑤ 75

해설

$A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$, $B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$ 이므로 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소는 5, 15, 25, 75이다.

18. 두 집합 $A = \{3, 5, a + 4, 9\}$, $B = \{1, 3, 6, b + 1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 7\}$ 일 때,
 $A \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$A \cap B = \{3, 7\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다. $a + 4 = 7$ 이어야 한다.
그러므로 $a = 3$ 이다.

$7 \in B$ 이므로 $b + 1 = 7$ 이어야 한다. 그러므로 $b = 6$ 이다.

$A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $1 + 3 + 5 + 6 + 7 + 9 = 31$ 이 된다.

19. 자연수의 집합 N 에서 자연수 k 의 배수의 집합을 N_k 로 나타낼 때, $(N_{18} \cup N_{12}) \subset N_k$ 를 만족하는 k 의 최댓값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} N_{18} \cup N_{12} &= \{18, 36, 54, 72, \dots\} \\ &\cup \{12, 24, 36, 48, 60, 72, \dots\} \\ &= \{12, 18, 24, 36, 48, 54, 60, \dots\} \subset N_k \\ \therefore k \text{의 최댓값은 } 6 \end{aligned}$$

20. 두 집합 A, B 에 대하여 연산 Δ 를 $A\Delta B = (A-B)\cup(B-A)$ 로 정의한다.
 $A = \{1, 2, 3, 4\}, A\Delta B = \{2, 3, 5, 8\}$ 이라고 할 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하면?

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$A\Delta B$ 는 $(A\cup B) - (A\cap B)$ 이므로
 A 의 1, 4는 $A\cap B$ 의 원소들이다.
또한 5, 8은 B 의 원소들임을 알 수 있다.
 $\therefore B = \{1, 4, 5, 8\}$
 $\therefore 1 + 4 + 5 + 8 = 18$

21. 우리 반 학생 56 명 중에서 제주도에 가 본 학생이 35 명, 일본에 가 본 학생이 21 명, 제주도에도 일본에도 가 보지 못한 학생이 8 명일 때, 제주도와 일본에 모두 가 본 학생을 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 8 명

해설

제주도에 가 본 학생을 집합 A 라 하고, 일본에 가 본 학생을 집합 B 라 하자.

제주도에도 일본에도 가 보지 못한 학생이 8 명이므로 $n(A \cup B) = 56 - 8 = 48$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$48 = 35 + 21 - x$$

$x = 8$ 이다.

그러므로 제주도와 일본에 모두 가 본 학생, 즉 $n(A \cap B) = 8$

22. ‘모든 중학생은 고등학교에 진학한다’의 부정인 명제는?

- ① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.
- ② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.
- ③ 고등학교에 진학하지 않는 중학생도 있다.
- ④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.
- ⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 ‘ p 이면 q 이다’가 ‘ p 이면 q 가 아니다’이고, ‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 ‘모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)’의 부정은 ‘어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다’이다.

23. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

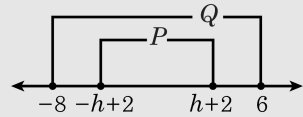
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h + 2 \geq -8 \leftrightarrow h \leq 10, h + 2 \leq 6 \leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$$\therefore n \text{의 최댓값은 } 4$$

24. 실수 x 에 대하여 명제 ' $ax^2 + a^2x - 6 \neq 0$ 이면 $x \neq 2$ 이다.'가 참이기 위한 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.

즉, ' $x = 2$ 이면 $ax^2 + a^2x - 6 = 0$ 이다.'가 참이므로

$$4a + 2a^2 - 6 = 0, \quad 2a^2 + 4a - 6 = 0,$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0, \quad (a + 3)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = 1$$

따라서 a 의 값의 합은 $-3 + 1 = -2$

25. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① $q \rightarrow r$
- ② $\sim p \rightarrow \sim r$
- ③ $\sim r \rightarrow \sim p$
- ④ $p \rightarrow r$
- ⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

주어진 명제가 참이면 그 대우도 참이다.
 $p \rightarrow q(T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p(T)$
 $\sim r \rightarrow \sim q(T) \Rightarrow q \rightarrow r(T)$
 $p \rightarrow q \rightarrow r$ 이므로, $p \rightarrow r(T)$
 $\therefore \sim r \rightarrow \sim p(T)$