1. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것은?

① 반지름의 길이가 x 인 원의 둘레의 길이 y

② 밑변의 길이가 4 , 높이가 x 인 삼각형의 넓이 y

③ 가로가 x , 세로가 10 인 직사각형의 넓이 y

④ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y

⑤ 시간이 x , 속력이 40 일 때의 거리 y

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.
① $y = 2\pi x$ (일차함수)
② $y = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x$ (일차함수)
③ $y = 10x$ (일차함수)
④ $y = x^2$ (이차함수)
⑤ $y = 40x$ (일차함수)

2. 이차함수 $f: R \to R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R은 실수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

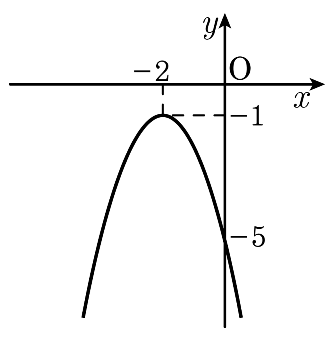
해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1$, $2a^2 - 4a + 2 = 0$, $a^2 - 2a + 1 = 0$, $(a-1)^2 = 0$

$\therefore a = 1$

3. 다음 이차함수 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?



① 이차함수 그래프의 식은 $y = -(x-2)^2 - 1$ 이다.

② 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.

③ 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -1 만큼 평행이동한 그래프이다.

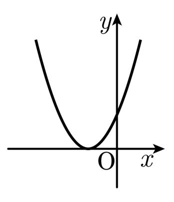
④ 점 $(1, -10)$ 을 지난다.

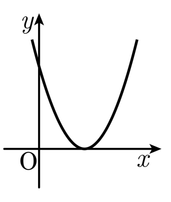
⑤ y의 값의 범위는 $y \le -5$ 이다

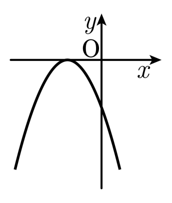
해설

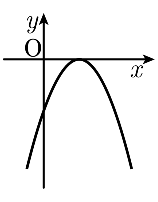
꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ -1)$ 이므로
$y = a(x+2)^2 - 1$
$(0,\ -5)$ 를 지나므로
$-5 = 4a - 1$
$a = -1$
$\therefore\ y = -(x+2)^2 - 1$
따라서 점 $(1, 10)$ 을 지난다.

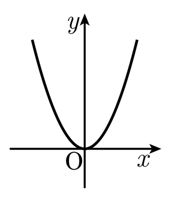
4. 일차함수 $y = ax + b(a \neq 0,\ b \neq 0)$ 의 그래프가 제2 사분면을 지나지 않을 때, 이차함수 $y = a(x-b)^2$ 의 그래프는?

①


②


③


④


⑤


해설

$y = ax + b$ 의 그래프가 제 2 사분면을 지나지 않으므로 $a > 0,\ b < 0$ 이다.
$y = a(x-b)^2$ 의 그래프는 아래로 볼록한 모양이고, 꼭짓점은 y 축의 왼쪽에 있다.

5. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 제 1 , 2 , 3 사분면을 지날 때, a , p , q 의 부호는?

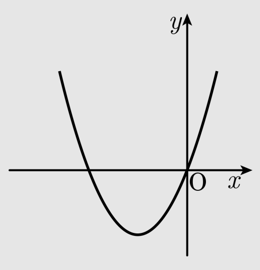
① $a < 0,\ p < 0,\ q < 0$　　② $a < 0,\ p > 0,\ q < 0$

③ $a > 0,\ p < 0,\ q > 0$　　④ $a > 0,\ p > 0,\ q > 0$

⑤ $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$

해설

$y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같아야 하므로 $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$



6. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동한 식이 $y = a(x+p)^2 + q$ 일 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은?

① 30 ② 20 ③ 10 ④ -6 ⑤ -5

해설

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면 $y = -2(x-3)^2 - 5$ 이고, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -2(-x-3)^2 - 5 = -2(x+3)^2 - 5$ 이다.

$\therefore a = -2,\ p = 3,\ q = -5$

$\therefore apq = (-2) \times 3 \times (-5) = 30$

7. 이차함수 $y=(x-2)^2+1$ 의 그래프를 x 축에 대하여 대칭이동한 다음, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(2,\ 2)$　② $(2,\ -1)$　③ $(2,\ 0)$

④ $(2,\ -2)$　⑤ $(2,\ 1)$

해설

$y=(x-2)^2+1$을 x 축에 대하여 대칭이동하면

$-y=(x-2)^2+1 \Leftrightarrow y=-(x-2)^2-1$

$y=-(x-2)^2-1$을 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면

$y=-(x-2)^2-1+1 \Leftrightarrow y=-(x-2)^2$

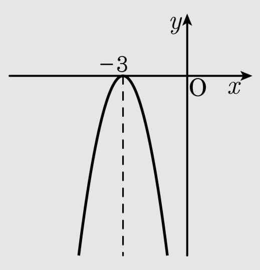
$\therefore$ 꼭짓점의 좌표는 $(2,0)$

8. 이차함수 $y = -2(x+3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$ ② $x > 3$ ③ $x < -3$
④ $x < 3$ ⑤ $x > -3$

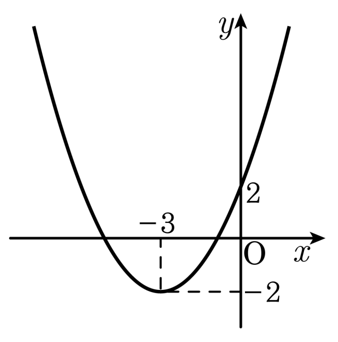
해설

$y = -2(x+3)^2$ 의 그래프는 다음과 같다.



즉, 위로 볼록이고, 대칭축은 $x = -3$ 이다. $x > -3$ 에서 x 가 증가하면 y 는 감소한다.

9. 꼭짓점의 좌표가 $(-3,-2)$ 이고 그래프 모양이 다음 그림과 같은 이차함수의 식을 $y=a(x+p)^2+q$ 라고 할 때, 상수 $a,\ p,\ q$ 의 곱 apq 의 값은?



① -2　② $-\frac{2}{3}$　③ $-\frac{4}{3}$　④ $-\frac{8}{3}$　⑤ -3

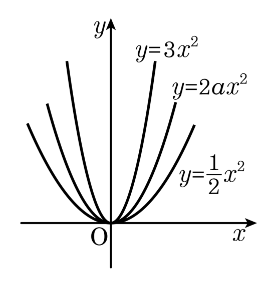
해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3,-2)$ 이고 y 절편이 2 이므로 다른 한 점 $(0,2)$ 를 지난다.

$y=a(x+3)^2-2$ 에 $(0,2)$ 를 대입하면 $2=9a-2$, $a=\frac{4}{9}$ 이므로 $y=\frac{4}{9}(x+3)^2-2$ 인 식이 된다.

따라서 $apq=\frac{4}{9}\times 3\times(-2)=-\frac{8}{3}$ 이다.

10. 이차함수 $y = 3x^2$, $y = 2ax^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 다음과 같다. 상수 a 의 값의 범위가 $m < a < n$ 일 때, $m+n$ 의 값은?



① $\frac{5}{4}$　② $\frac{3}{2}$　③ $\frac{7}{4}$
④ 2　⑤ $\frac{9}{4}$

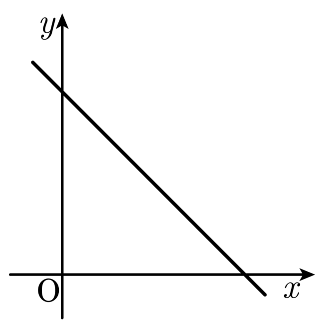
해설

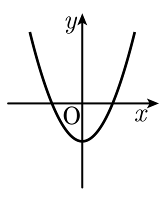
$\frac{1}{2} < 2a < 3$ 이므로 $\frac{1}{4} < a < \frac{3}{2}$

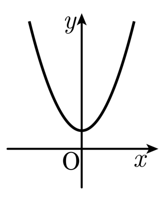
$\therefore m = \frac{1}{4}, \quad n = \frac{3}{2}$

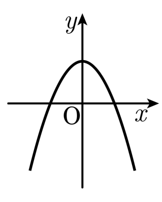
$\therefore \ m+n = \frac{7}{4}$

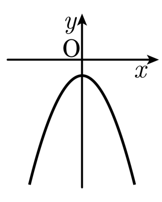
11. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는?

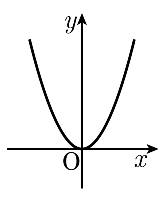


①


②


③


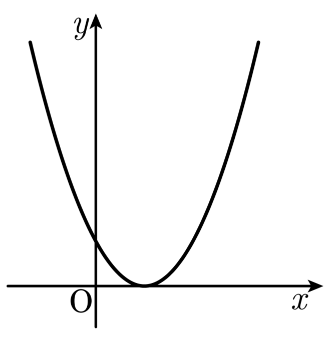
④


⑤


해설

$y = ax^2 + b$ 그래프에서 $a < 0,\ b > 0$ 이므로 위로 볼록하고 y 절편이 양수이다.

12. 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y=p(x-q)^2+a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



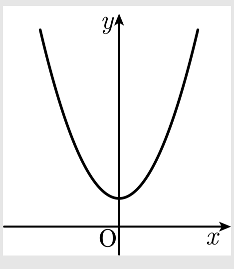
① 제1, 2 사분면 ② 제3, 4 사분면

③ 제1, 2, 4 사분면 ④ 제2, 3, 4 사분면

⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p,q) 가 x 축 위에 있으므로 $a>0,\ p>0,\ q=0$ 이다.
$y=p(x-q)^2+a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.
따라서 이차함수 $y=p(x-q)^2+a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



13. 이차함수 $y = 2(x+p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 $a,\ b,\ p$ 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$　② 13　③ $-\frac{11}{3}$　④ $\frac{13}{2}$　⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$y = 2(x+p-1)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $\left(1-p,\ \frac{1}{2}\right)$ 이므로 $1-p=2,\ p=-1,\ \ a=\frac{1}{2}$ 이다.

$y = 2(x-2)^2 + \frac{1}{2}$ 의 좌표가 점 $\left(-\frac{1}{2},\ b\right)$ 를 지나므로 $b = 2\left(-\frac{1}{2}-2\right)^2 + \frac{1}{2},\ \ b = 13$ 이다.

$\therefore\ abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$

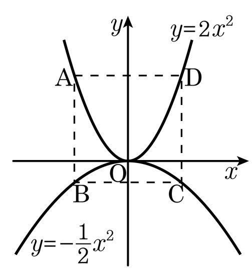
14. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면 점 $(k, -3)$ 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 곱하면?

① $\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{74}{3}$ ④ $-\frac{80}{3}$ ⑤ -10

해설

$y = -3x^2$ 을 꼭짓점의 좌표가 $(5, -2)$ 가 되도록 평행이동하면
$y = -3(x-5)^2 - 2$ 이고
$y = -3(x-5)^2 - 2$ 가 점 $(k, -3)$ 을 지나므로 대입하면 $-3 = -3(k-5)^2 - 2$, $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 이다.
상수 k 의 값의 곱은 $3k^2 - 30k + 74 = 0$ 의 두 근의 곱과 같으므로 $\frac{74}{3}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D 가 정사각형을 이룰 때, 점 D 의 x좌표는?



① $\frac{2}{3}$　② 1　③ $\frac{4}{3}$　④ $\frac{5}{3}$　⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D 의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라 하면

B $\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right)$, C $\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$

$\overline{\mathrm{DC}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로

$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a$, $5a^2 = 4a$

$\therefore a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$