

1. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ 일 때, $f(2) + f(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = -x^2 + 2x + 1 \text{ 에서 } f(2) = 1, f(-1) = -2 \\ \therefore f(2) + f(-1) = -1$$

2. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2, a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

(1) $y = 5x^2$ 이 $(2, a)$ 를 지나므로,
 $a = 5 \times 2^2 = 20$
(2) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는
 $y = -5x^2$ 이므로, $b = -5$
 $\therefore a + b = 20 - 5 = 15$

3. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동시키면 점 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

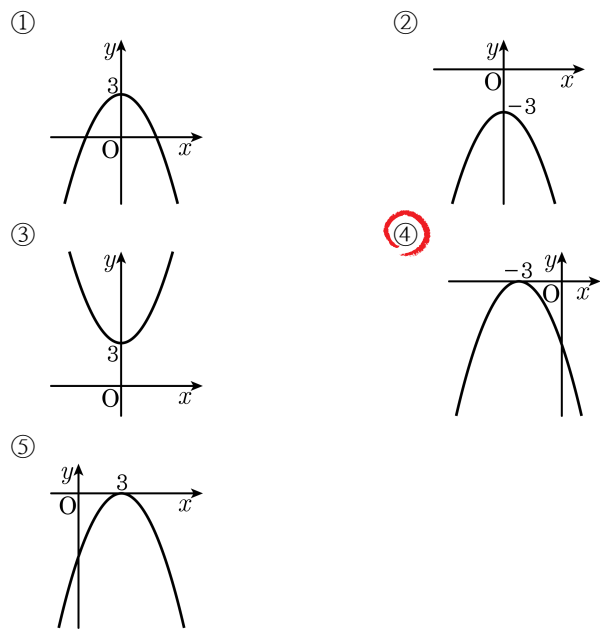
해설

$y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 함수의 식은 $y = -3(x - 3)^2$ 이고, 점 $(2, a)$ 를 지나므로

$$a = -3(2 - 3)^2$$

$$\therefore a = -3$$

4. 다음 중 $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2$ 의 그래프는?



해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 0)$ 이며, 위로 볼록한 포물선이다.

5. 이차함수 $y = (x - 1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은?

① $y = (x - 1)^2 + 2$

② $y = (x + 1)^2 + 2$

③ $y = (x - 1)^2 - 2$

④ $y = -(x + 1)^2 + 2$

⑤ $y = -(x - 1)^2 + 2$

해설

y 대신에 $-y$ 를 대입하면 $y = -(x - 1)^2 + 2$ 이다.

6. $y = 2(x + 3)^2 - 5$ 의 y 절편은?

① 3

② -3

③ 5

④ 13

⑤ -13

해설

$y = 2(x + 3)^2 - 5$ 에 $x = 0$ 을 대입하면

$y = 2(0 + 3)^2 - 5 = 13$

따라서 y 절편은 13

7. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3$ 의 꼭짓점이 제 2 사분면에 있을 때, 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 0$

② $a < 3$

③ $a > 3$

④ $a < 0$

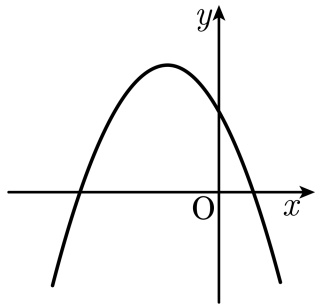
⑤ $0 < a < 3$

해설

$y = x^2 - 2ax + a^2 - a + 3 = (x - a)^2 - a + 3$, 꼭짓점의 좌표가 $(a, -a + 3)$

$\therefore a < 0, -a + 3 > 0$ 즉, $a < 0, a < 3$ 이므로 $a < 0$ 이다.

8. 다음 그래프는 $y = ax^2 - bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호는?



- ① $a > 0, b > 0, c > 0$ ② $a < 0, b > 0, c > 0$
③ $a > 0, b > 0, c < 0$ ④ $a < 0, b > 0, c < 0$
⑤ $a < 0, b > 0, c = 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$
대칭축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $-ab > 0$
 $ab < 0$
 $\therefore b > 0$
 y 절편이 양수이므로 $c > 0$

9. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수의 그래프가 제 3 사분면 위의 점 $(a, -27)$ 과 제 4 사분면 위의 점 $(b, -27)$ 을 지날 때, $b - a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 0 ④ 6 ⑤ -6

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로
 $-3 = a \times (1)^2$, $a = -3 \therefore y = -3x^2$
점 $(m, -27)$ 를 지나므로 $-27 = -3 \times m^2$, $m^2 = 9 \therefore m = \pm 3$
제 3 사분면 위의 점은 (x 좌표) < 0 이고, 제 4 사분면 위의 점은 (x 좌표) > 0 이므로
 $a = -3$, $b = 3$
따라서 $b - a = 3 - (-3) = 6$ 이다.

10. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에서 $f(-2) = -12$ 일 때, $y = -ax^2$ 과 x 축 대칭인 이차함수의 식은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = 3x^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -4x^2$

해설

$x = -2$, $y = -12$ 를 대입하면 $a = 3$ 이다.

따라서 $y = -ax^2 = -3x^2$ 이므로 x 축 대칭인 이차함수는 $y = 3x^2$ 이다.

11. 이차함수 $y = 3(x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동하면 점 $(2, 8)$ 을 지나는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = 3(x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$y = 3(x - 1)^2 + 4 + q$ 이고, 점 $(2, 8)$ 을 지나므로

$$8 = 3(2 - 1)^2 + 4 + q$$

$$\therefore q = 1$$

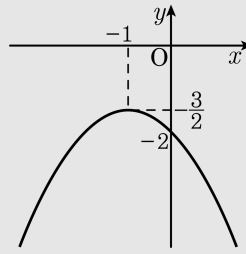
12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



13. $y = x^2 + 4x - 7$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 고쳤을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 4x - 7 \\ &= (x^2 + 4x + 4 - 4) - 7 \\ &= (x + 2)^2 - 11 \\ \therefore a &= 1, p = -2, q = -11 \\ \therefore a + p + q &= 1 - 2 - 11 = -12 \end{aligned}$$

14. 이차함수 $y = x^2 + 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = x^2$ 의 그래프가 된다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 4x + 1 = (x + 2)^2 - 3$$

꼭짓점은 $(-2, -3)$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2 + 3 = 5$$

15. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x < 2$ ⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x - 3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

16. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않게 되는 k 의 값의 범위는?

① $k < 6$

② $k > -6$

③ $k > 9$

④ $k < -9$

⑤ $k > 10$

해설

$$D/4 = (-3)^2 - k < 0 \quad \therefore 9 < k$$

17. $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$ 가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

18. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$

$\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$

ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$

i), ii) 에 의하여 $a = 1$ 이다.

19. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

20. 이차함수 $y = x^2 - ax + b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{a^2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

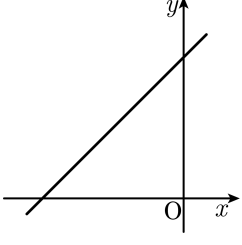
$$y = x^2 - ax + b = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + b,$$

꼭짓점 $\left(\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} + b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} + b = 0$,

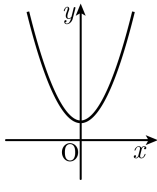
$$b = \frac{a^2}{4},$$

$$\frac{a^2}{b} = a^2 \times \frac{1}{b} = a^2 \times \frac{4}{a^2} = 4$$

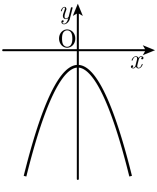
21. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



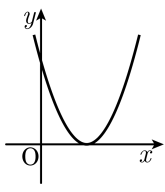
①



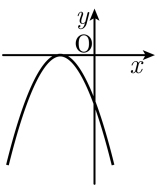
②



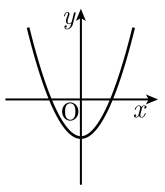
③



④



⑤



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
 $a > 0, b > 0$ 이다.

22. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이고, $f(-3) = f(1)$, $a + b = 3$ 을 만족할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 y 절편은 -3 이므로 $c = -3$

$f(-3) = f(1)$ 이므로

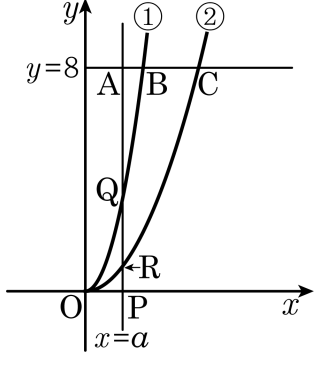
$$9a - 3b + c = a + b + c$$

$$2a = b$$

또한 $a + b = 3$ 이므로 $a = 1$, $b = 2$

$$\therefore a - b + c = 1 - 2 - 3 = -4$$

23. 다음 그림은 이차함수 $y = 2x^2(x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$, $y = \frac{1}{2}x^2(x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다. 직선 $y = 8$ 이 y 축 및 곡선 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 와 점 A, B, C에서 만나고 $x = a$ 가 x 축 및 곡선 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 와 점 P, Q, R에서 만날 때, 원점과 점 C를 지나는 직선이 곡선 $\textcircled{1}$ 과 만나는 점의 좌표를 (p, q) 라 하자. 이 때 $p + q$ 의 값을 구하여라. (단, 원점은 제외)



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{OC}$ 의 식은 $y = 2x$
 $2x^2 = 2x, x^2 - x = 0, x(x - 1) = 0$ 에서 $x = 0$ 또는 $x = 1$
 $\therefore (p, q) = (1, 2) (\because x \neq 0)$
 $\therefore p + q = 1 + 2 = 3$

24. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B와 x 축 위의 두 점 C(-2, 0), D(p , 0)을 연결한 사각형이 평행사변형일 때, 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B는

$-6 = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 에서 $x = 5, -1$ 이다.

$\therefore \overline{AB} = 6$

□ABCD는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.

따라서 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ 이다.

점 C의 좌표가 (-2, 0)이므로 점 D의 좌표는 (4, 0)이다.

$\therefore p = 4$

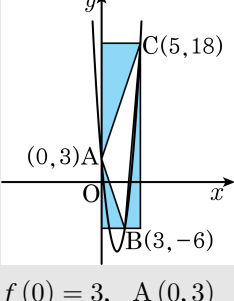
25. 이차함수 $y = 3x^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $A(0, a), B(3, b), C(5, 18)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$y = 3(x - 2)^2 - 1 - 8 = 3(x - 2)^2 - 9$$



$f(0) = 3, \quad A(0, 3)$
 $f(3) = -6, \quad B(3, -6)$
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.
$$5 \times 24 - \frac{1}{2}(5 \times 15 + 3 \times 9 + 2 \times 24)$$
$$= 120 - 75 = 45$$