1. 다음 이차방정식 $2x^2 - 4x + k = 0$ 에 대하여 다음 설명 중 알맞은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $k = 2$ 이면 $x = 1$ 인 증근을 갖는다.
㉡ $k = 0$ 이면 두 근의 곱은 0 이다.
㉢ $k = -6$ 이면 두 근의 합은 2 이다.
㉣ $k < 2$ 이면 근이 없다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡

해설

㉠ $k = 2$ 일 때 $2x^2 - 4x + 2 = 0$
 $x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = 0 \therefore x = 1$ (증근)
㉡ $k = 0$ 일 때 $2x^2 - 4x = 0$
 $x^2 - 2x = x(x - 2) = 0 \therefore x = 0, 2$ 이므로 두 근의 곱은 0
㉢ $k = -6$ 일 때 $2x^2 - 4x - 6 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3, -1$ 이므로 두 근의 합은 2
㉣ $D/4 = 4 - 2k$ 에서 $4 - 2k > 0$
 $k < 2$ 일 때 서로 다른 두 근을 가진다.
 $\therefore$ 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

2. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\
 (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\
 x &= \text{④} \pm \text{⑤}
 \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned}
 ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\
 x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\
 \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\
 x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
 \therefore \text{③이 잘못되었다.}
 \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $2x^2 - 8x + 3 = 0$ 을 풀면 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 이다. $Ax^2 - Bx + 4 = 0$ 의 해는?

- ① $2, \frac{1}{2}$ ② $-3, \frac{1}{3}$ ③ $-2, 3$
④ $2, 3$ ⑤ $-3, \frac{1}{2}$

해설

$2x^2 - 8x + 3 = 0$ 을 풀면

$x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{2}$ 이다.

$A = 4, B = 10$ 을

$Ax^2 - Bx + 4 = 0$ 에 대입하면

$4x^2 - 10x + 4 = 0$

$2x^2 - 5x + 2 = 0$

$(x - 2)(2x - 1) = 0$

$\therefore x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

4. 이차방정식 $x^2 + 8x - 5 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm 2\sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 20}}{2} = \frac{-8 \pm 2\sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore A = -8, B = 21$$

$$\therefore -8 + 21 = 13$$

5. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$$

따라서 $k = \frac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

6. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 5 = 0$ 의 두 근 중 큰 근을 p 라 하면 $n-1 < p < n$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$3x^2 - 3x - 5 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{69}}{6}$$

$$\text{따라서 } p = \frac{3 + \sqrt{69}}{6}$$

$$8 < \sqrt{69} < 9$$

$$11 < 3 + \sqrt{69} < 12$$

$$\frac{11}{6} < \frac{3 + \sqrt{69}}{6} < 2 \text{ 이므로 } n = 2 \text{ 이다.}$$

7. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

- ① -3 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ 2 ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = 5$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$3(x-1)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } -\frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

8. $(x-y)(x-y-4)+4=0$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(x-y)(x-y-4)+4 &= 0 \\ x-y \text{ 를 } A \text{ 로 치환하면,} \\ A(A-4)+4 &= 0 \\ A^2-4A+4 &= 0, (A-2)^2=0 \\ (x-y-2)^2 &= 0 \\ x-y-2 &= 0 \\ \therefore x-y &= 2\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $b = 0$ 이면 근이 없다.
- ② $a = -4, b = -5$ 이면 중근을 가진다.
- ③ $a > 0, b < 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
- ④ $a < 0$ 이면 근이 없다.
- ⑤ $b > 0$ 이면 중근을 가진다.

해설

③ $a > 0, b < 0$ 이면 $a^2 - 4b > 0$ 이므로 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

10. $2x^2 + 4x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 이차방정식 $(k-1)x^2 + 3x + k = 0$ 의 근으로 알맞은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① -2 ② -1 ③ 2 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\frac{D}{4} = 2^2 - 2k = 0$$

$$k = 2$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x+1)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -2$$

11. 이차방정식 $x^2 - 9x + k = x - 7$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$x^2 - 9x + k - x + 7 = 0$$

$$x^2 - 10x + k + 7 = 0$$

근이 1개이므로 증근을 갖는다.

$$k + 7 = 25$$

$$\therefore k = 18$$

12. 이차방정식 $3x^2 - 2x - k = 0$ 은 해를 갖고, 이차방정식 $(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 은 해가 없도록 하는 정수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$3x^2 - 2x - k = 0$ 이틀 해를 가질 조건은

$$D = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-k) = 4 + 12k \geq 0 \therefore k \geq -\frac{1}{3} \dots \text{㉠}$$

$(k-1)x^2 + 4x - 5 = 0$ 이 해를 가지지 않을 조건은

$$D = 4^2 - 4 \times (k-1) \times (-5) = 16 + 20k - 20 < 0 \therefore k < \frac{1}{5} \dots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡ 에서 } -\frac{1}{3} \leq k < \frac{1}{5}$$

$$\therefore k = 0$$

13. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x-2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

14. $x^2 + 6x - 5 = 0$ 을 $(x + A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x - 5 = 0, \quad x^2 + 6x &= 5 \\(x + 3)^2 = 5 + 9, \quad (x + 3)^2 &= 14 \\A = 3, \quad B = 14 \\ \therefore A + B &= 17\end{aligned}$$

15. 이차방정식 $2x^2 - 6x = -1 + x^2$ 을 $(x+p)^2 = q$ 의 꼴로 변형할 때, $p+q$ 의 값은?

① 5 ② -5 ③ -8 ④ 11 ⑤ -11

해설

방정식을 정리하면 $x^2 - 6x = -1$
양변에 9 를 더하면 $x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$
 $(x-3)^2 = 8$
 $p = -3, q = 8$
 $\therefore p+q = 5$