

1. 두 다항식 $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$, $B = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $A - 2B$ 를 간단히 한 것은?

① $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$

② $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$

③ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$

④ $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$

⑤ $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$A - 2B$ 를 동류항끼리 묶어 정리한다.

$$\begin{aligned} A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4 - 2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

2. $(3+i)(a+bi) = 1-3i$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 를 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$(3+i)(a+bi) = 1-3i$$

$$(3a-b) + (a+3b)i = 1-3i$$

$$\therefore 3a-b=1, \quad a+3b=-3$$

$$\Rightarrow a=0, \quad b=-1$$

$$\therefore a+b=-1$$

3. $z = 1 + i$ 일 때, $\frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

- ① $1 + i$ ② $1 - i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z = 1 + i$ 이면 $\bar{z} = 1 - i$ 이다.

$$\therefore \frac{z\bar{z}}{z - \bar{z}} = \frac{(1 + i)(1 - i)}{(1 + i) - (1 - i)} = \frac{2}{2i} = -i$$

4. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$
이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$

5. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① 3, 4

② 5, 6

③ 6

④ 6, 7

⑤ 4, 5, 6

해설

$$7x + 4 > 5x$$

$$\therefore x > -2$$

$$15 - x > a$$

$$\therefore x < 15 - a$$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.

$$8 < 15 - a \leq 9$$

$$6 \leq a < 7$$

$$\therefore a = 6$$

6. 세 점 A(1, 2), B(m , 2), C(4, n)를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표가 $\left(\frac{2}{3}, 3\right)$ 이다. 이때, $m+n$ 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 0 ④ 3 ⑤ -3

해설

$$\left(\frac{1+m+4}{3}, \frac{2+2+n}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, 3\right)$$

$$\therefore 1+m+4=2, \quad 2+2+n=9$$

$$\therefore m=-3, \quad n=5$$

$$\therefore m+n=2$$

7. y 절편이 2 이고 직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

- ① $y = -\frac{1}{3}x - 1$ ② $y = \frac{1}{3}x - 2$ ③ $y = -3x + 2$
④ $y = 3x + 2$ ⑤ $y = -\frac{1}{3}x + 2$

해설

구하고자 하는 직선의 방정식을

$y = mx + 2$ 이라 하면,

직선 $3x - y + 1 = 0$ 에 수직이므로,

$$3 \cdot m = -1, \quad \therefore m = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{3}x + 2$$

8. 좌표평면에서 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이 있다. $(x, 15)$ 가 원 위의 점일 때, x 는?

① 10 ② 12.5 ③ 15 ④ 17.5 ⑤ 20

해설

두 점 $(-5, 0)$ 과 $(25, 0)$ 의 중점 $(10, 0)$ 이 중심이고

반지름은 15인 원이므로

$$(x - 10)^2 + y^2 = 225$$

$(x, 15)$ 가 이 방정식을 만족시키므로 대입하면,

$$(x - 10)^2 + 15^2 = 225 \quad \therefore x = 10$$

9. $(1+i)x^2 + (1-i)x - 6 - 2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2 + x - 6) + (x^2 - x - 2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) = 0$ 이어야
하므로 $x = -3$ 또는 $x = 2$ 이다.
그런데 $x^2 - x - 2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x = -3$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 > -x+9 \\ 5x < 4x+a \end{cases}$ 를 만족하는 자연수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

① $3 < a \leq 4$

② $3 < a < 4$

③ $4 \leq a < 5$

④ $4 < a \leq 5$

⑤ $5 < a \leq 6$

해설

$$3x-3 > -x+9, \quad x > 3$$

$$5x < 4x+a, \quad x < a$$

$$\therefore 3 < x < a$$

만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로 $5 < a \leq 6$

11. x 의 범위가 $-1, 0, 1, 2$ 일 때, 다음 부등식 중 해가 없는 것은?

- ① $2x < -4$ ② $x + 3 < 4$ ③ $3x - 2 \leq 1$
④ $-x + 6 \geq 7$ ⑤ $2x - 3 \geq -1$

해설

- ① $x < -2$
② $x < 1$
③ $x \leq 1$
④ $x \leq -1$
⑤ $x \geq 1$

12. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a < 7$

② $a > 9$

③ $6 < a \leq 9$

④ $6 \leq a < 9$

⑤ $7 < a < 9$

해설

$x^2 + 2(a-5)x + 2(3a-19) > 0$ 이므로

이 부등식의 $D < 0$ 이다.

$$D = (a-5)^2 - 2(3a-19) = a^2 - 16a + 63 < 0$$

$$\therefore 7 < a < 9$$

13. 세 점 $P(-1, 4)$, $Q(3, 6)$, $R(0, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle PQR$ 의 외접원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 - x - 2y - 3 = 0$
- ② $x^2 + y^2 + 2x - 1y - 10 = 0$
- ③ $x^2 + y^2 - 4x - 5y - 8 = 0$
- ④ $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$
- ⑤ $x^2 + y^2 - 6x - 5y - 20 = 0$

해설

구하는 원의 방정식을 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 으로 놓으면 이 원이 세 점 $P(-1, 4)$, $Q(3, 6)$, $R(0, -3)$ 을 지나므로 차례로 대입하면

$1 + 16 - A + 4B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$
 $9 + 36 + 3A + 6B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$
 $9 - 3B + C = 0 \quad \cdots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 을 연립하여 풀면
 $A = -6, B = -2, C = -15$
따라서, 구하는 원의 방정식은
 $x^2 + y^2 - 6x - 2y - 15 = 0$

14. 점 $(2, 1)$, $(4, -1)$ 을 지나고, y 축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

중심의 좌표를 (a, b) 라 하면

y 축에 접하므로 반지름의 길이 r 는

$r = |a|$ 이다.

$$\therefore (x-a)^2 + (y-b)^2 = a^2 \dots\dots\dots \textcircled{A}$$

①이 점 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$(2-a)^2 + (1-b)^2 = a^2$$

$$\therefore b^2 - 4a - 2b + 5 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{B}$$

①이 점 $(4, -1)$ 을 지나므로

$$(4-a)^2 + (-1-b)^2 = a^2$$

$$b^2 - 8a + 2b + 17 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{C}$$

$$\textcircled{B} \times 2 - \textcircled{C} \text{에서 } b^2 - 6b - 7 = 0, (b+1)(b-7) = 0$$

$$\therefore b = -1, 7$$

이때, $\textcircled{B}$ 에서 $b = -1$ 이면 $a = 2$, $b = 7$ 이면 $a = 10$

$$\therefore r = 2 \text{ 또는 } 10$$

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 10 이다.

15. 원 $x^2 + y^2 = 8$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < k < 2$ ② $0 < k < 4$ ③ $-4 < k < 0$
④ $-2 < k < 0$ ⑤ $-4 < k < 4$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 를 구하면

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d < r$ 이고

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2} \quad \therefore -4 < k < 4$$

16. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x-1, y+3)$ 에 의하여 점 $(3, 1)$ 은 어떤 점으로 옮겨지는가?

㉠ $(2, 4)$

㉡ $(4, 2)$

㉢ $(2, -4)$

㉣ $(-2, 4)$

㉤ $(4, -2)$

해설

f 는 x 축의 방향으로 -1 , y 축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동하는 변환이므로 $(3-1, 1+3) = (2, 4)$ 로 옮겨진다.

17. 직선 $y = 3x - 3$ 의 그래프를 직선 $y = x$ 에 대칭이동한 직선의 방정식은?

- ① $y = 3x + 1$ ② $y = \frac{1}{3}x + 1$ ③ $y = -\frac{1}{3} + 1$
④ $y = \frac{1}{3}x - 1$ ⑤ $y = 3x - 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \rightarrow y$ 좌표로, $y \rightarrow x$ 를 대입한다.

18. 모든 실수 x 에 대하여 $2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$$

$x = 2$ 를 대입하면,

$$\{2 \times (2)^3\} - (3 \times 2^2) - 2 + 1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

19. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} k & 1 & a & b & 1 \\ & & c & d & 1 \\ \hline & 1 & 3 & -1 & 2 \end{array}$$

- ① $a = 3$ ② $b = 2$ ③ $c = -1$
 ④ $d = -3$ ⑤ $k = -1$

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+1 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & a & b & 1 \\ & & -1 & -a+1 & -b+a-1 \\ \hline & 1 & a-1 & b-a+1 & -b+a \end{array}$$

이때 $k = -1, c = -1, d = -a + 1, b - a + 1 = -1, -b + a = 2$ 이므로
 $k = -1, c = -1, a = 4, b = 2, d = -3$ 따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

20. 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x + 2$ 이고 최소공배수가 $x^3 + 2x^2 + ax + 6$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 0

② 1

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

최대공약수 $G = x + 2$

최소공배수는 G 를 인수로 가지므로

$x = -2$ 를 최소공배수에 대입하면 0이 된다.

$$x^3 + 2x^2 + ax + 6$$

$$= (-2)^3 + 2(-2)^2 + a(-2) + 6$$

$$= -8 + 8 - 2a + 6$$

$$= -2a + 6 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

21. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x + a$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값과 $f(f(x))$ 의 최솟값이 같게 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq 0$ ② $a \geq 0$ ③ $a \leq 1$ ④ $a \geq 1$ ⑤ $a \leq 2$

해설

$f(x) = x^2 + 2x + a = (x+1)^2 + a - 1$ 은

$x = -1$ 일 때 최솟값 $a - 1$ 을 갖는다.

$\therefore f(x) \geq a - 1$

$f(x) = t$ 라면

$f(f(x)) = f(t) = t^2 + 2t + a (t \geq a - 1)$

이때, 꼭짓점의 t 좌표 -1 이

$t \geq a - 1$ 에 포함되면

$f(t)$ 의 최솟값이 $f(-1) = a - 1$ 이 되어 최솟값과 같아진다.

즉, $-1 \geq a - 1 \quad \therefore a \leq 0$

22. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c 는 실수이다)

보기

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $a > b$ 이면 $ac > bc$
- $\textcircled{\text{㉡}}$ $a > b$ 이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$
- $\textcircled{\text{㉢}}$ $a > b$ 이면 $\frac{c^2}{a} > \frac{c^2}{b}$
- $\textcircled{\text{㉣}}$ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$

- $\textcircled{1}$ $\textcircled{\text{㉠}}$
- $\textcircled{2}$ $\textcircled{\text{㉡}}$
- $\textcircled{3}$ $\textcircled{\text{㉣}}$
- $\textcircled{4}$ $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$
- $\textcircled{5}$ $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}$

해설

$\textcircled{\text{㉠}}$ 의 반례 : $a > b$ 이고 $c = 0$ 인 모든 실수 (거짓)

$\textcircled{\text{㉡}}$. $a > b$ 이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ (참)

$\textcircled{\text{㉢}}$ 의 반례 : $a > b$ 이고 $c = 0$ 인 모든 실수 (거짓)

$\textcircled{\text{㉣}}$. $a > b$ 이고 $|a| < |b|$ 인 모든 실수 (거짓)

23. 부등식 $2|x-1|-|x-2|<1$ 해는 $\alpha < x < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

- ① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{3}{3}$ ④ $-\frac{3}{3}$ ⑤ $-\frac{9}{3}$

해설

i) $x < 1$ 일 때
 $-2(x-1) + (x-2) < 1$
 $x > -1$ $\therefore$ 공통부분은 $-1 < x < 1$

ii) $1 \leq x < 2$ 일 때
 $2(x-1) + (x-2) < 1$
 $x < \frac{5}{3}$
 $\therefore$ 공통부분은 $1 \leq x < \frac{5}{3}$

iii) $x \geq 2$ 일 때
 $2(x-1) - (x-2) < 1$
 $x < 1$ $\therefore$ 공통부분은 없음

i), ii), iii)을 모두 합하면 $-1 < x < \frac{5}{3}$

$\therefore \alpha\beta = -\frac{5}{3}$

24. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2 + 4) \geq 2x(a + 1)$ 이 성립할 때, 실수 a 의 조건은?

- ① $a < -\frac{1}{3}$, $a > 1$ ② $a \leq -\frac{1}{3}$ ③ $a \geq 1$
④ $-\frac{1}{3} \leq a \leq 1$ ⑤ $a = 0, 1$

해설

주어진 식을 정리하면

$$f(x) = ax^2 - 2(a+1)x + 4a \geq 0$$

$a = 0$ 일 때 $f(x) = -2x < 0$ 인 부분이 있고,

$a < 0$ 이면 $f(x) < 0$ 인 부분이 있다.

따라서 모든 x 에 대하여 성립하려면 $a > 0$

$$D/4 = (a+1)^2 - 4a^2 \leq 0$$

$$\therefore 3a^2 - 2a - 1 \geq 0$$

$$(3a+1)(a-1) \geq 0$$

$$\therefore a \geq 1, a \leq -\frac{1}{3}$$

$a > 0$ 이므로 $a \geq 1$

25. 직선 $x+2y-3=0$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동하면 처음 직선과 일치한다. 이 때 m, n 의 관계식으로 옳은 것은?

- ① $m+2n=0$ ② $m+2n=1$ ③ $2m+n=0$
④ $2m-n=0$ ⑤ $2m-n=1$

해설

직선 $x+2y-3=0$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m, n 만큼 평행이동하면

$$(x-m)+2(y-n)-3=0$$

$$\therefore x+2y-m-2n-3=0$$

이 직선이 처음 직선 $x+2y-3=0$ 과 일치하므로

$$-m-2n-3=-3$$

$$\therefore m+2n=0$$