1. 두 다항식 $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$, $B = x^2 + x - 2$에 대하여 $A - 2B$를 간단히 한 것은?

① $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$　　② $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$

③ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$　　④ $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$

⑤ $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$A - 2B$ 를 동류항끼리 묶어 정리한다.

$$\begin{aligned} A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4-2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

2. $(3+i)(a+bi) = 1-3i$를 만족하는 실수 a, b에 대하여 $a+b$를 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(3+i)(a+bi) = 1-3i$

$(3a-b)+(a+3b)i = 1-3i$

$\therefore\ 3a-b=1,\quad a+3b=-3$

$\Rightarrow\quad a=0,\quad b=-1$

$\therefore\ a+b=-1$

3. $z=1+i$ 일 때, $\dfrac{z\bar{z}}{z-\bar{z}}$ 의 값은?(단, $i=\sqrt{-1}$, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)

① $1+i$ ② $1-i$ ③ 1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$z=1+i$ 이면 $\bar{z}=1-i$ 이다.

$$\therefore \quad \frac{z\bar{z}}{z-\bar{z}}=\frac{(1+i)(1-i)}{(1+i)-(1-i)}=\frac{2}{2i}=-i$$

4. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2)-6=3(2x+1)$

이항하여 정리하면 $4x-6x=3-8+6$, $-2x=1$

$\therefore\ x=-\frac{1}{2}$

5. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x + 4 > 5x \\ 15 - x > a \end{cases}$$

① $3, 4$ ② $5, 6$ ③ 6 ④ $6, 7$ ⑤ $4, 5, 6$

해설

$7x + 4 > 5x$

$\therefore\ x > -2$

$15 - x > a$

$\therefore\ x < 15 - a$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$ 이다.

$8 < 15 - a \leq 9$

$6 \leq a < 7$

$\therefore\ a = 6$

6. 세 점 $A(1,\ 2)$, $B(m,\ 2)$, $C(4,\ n)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게중심의 좌표가 $\left(\frac{2}{3},\ 3\right)$이다. 이때, $m+n$의 값은?

① 2　　② -2　　③ 0　　④ 3　　⑤ -3

해설

$$\left(\frac{1+m+4}{3},\ \frac{2+2+n}{3}\right)=\left(\frac{2}{3},\ 3\right)$$

$\therefore 1+m+4=2\ ,\ 2+2+n=9$

$\therefore m=-3\ ,\ n=5$

$\therefore m+n=2$

7. y 절편이 2 이고 직선 $3x-y+1=0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y=-\frac{1}{3}x-1$ ② $y=\frac{1}{3}x-2$ ③ $y=-3x+2$

④ $y=3x+2$ ⑤ $y=-\frac{1}{3}x+2$

해설

구하고자 하는 직선의 방정식을

$y=mx+2$ 이라 하면,

직선 $3x-y+1=0$ 에 수직이므로,

$3 \cdot m=-1, \quad \therefore m=-\frac{1}{3}$

$\therefore y=-\frac{1}{3}x+2$

8. 좌표평면에서 $(-5,\ 0)$과 $(25,\ 0)$을 지름의 양 끝으로 하는 원이 있다. $(x,\ 15)$가 원 위의 점일 때, x는?

① 10 ② 12.5 ③ 15 ④ 17.5 ⑤ 20

해설

두 점 $(-5, 0)$과 $(25, 0)$의 중점 $(10, 0)$이 중심이고
반지름은 15인 원이므로
$(x-10)^2 + y^2 = 225$
$(x, 15)$가 이 방정식을 만족시키므로 대입하면,
$(x-10)^2 + 15^2 = 225 \quad \therefore\ x = 10$

9. $(1+i)x^2+(1-i)x-6-2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 2　　⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2+x-6)+(x^2-x-2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2+x-6=(x+3)(x-2)=0$ 이어야
하므로 $x=-3$ 또는 $x=2$ 이다.
그런데 $x^2-x-2 \neq 0$ 이어야 하므로 $x \neq 2$
따라서 $x=-3$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 3 > -x + 9 \\ 5x < 4x + a \end{cases}$ 를 만족하는 자연수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

① $3 < a \leq 4$　② $3 < a < 4$　③ $4 \leq a < 5$

④ $4 < a \leq 5$　⑤ $5 < a \leq 6$

해설

$3x - 3 > -x + 9,\ \ x > 3$

$5x < 4x + a,\ \ \ x < a$

$\therefore\ \ 3 < x < a$

만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로 $5 < a \leq 6$

11. x의 범위가 -1, 0, 1, 2일 때, 다음 부등식 중 해가 <u>없는</u> 것은?

① $2x < -4$ ② $x+3 < 4$ ③ $3x-2 \le 1$

④ $-x+6 \ge 7$ ⑤ $2x-3 \ge -1$

해설

① $x < -2$
② $x < 1$
③ $x \le 1$
④ $x \le -1$
⑤ $x \ge 1$

12. 모든 실수 x 에 대하여 $x^2+2(a-5)x+2(3a-19)$ 가 양이 되기 위한 a 값의 범위는?

① $a<7$　② $a>9$　③ $6<a\le 9$

④ $6\le a<9$　⑤ $7<a<9$

해설

$x^2+2(a-5)x+2(3a-19)>0$ 이므로

이 부등식의 $D<0$ 이다.

$D=(a-5)^2-2(3a-19)=a^2-16a+63<0$

$\therefore 7<a<9$

13. 세 점 P $(-1,4)$, Q $(3,6)$, R $(0,-3)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle$PQR 의 외접원의 방정식은?

① $x^2+y^2-x-2y-3=0$

② $x^2+y^2+2x-1y-10=0$

③ $x^2+y^2-4x-5y-8=0$

④ $x^2+y^2-6x-2y-15=0$

⑤ $x^2+y^2-6x-5y-20=0$

해설

구하는 원의 방정식을 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$
으로 놓으면 이 원이
세 점 P $(-1,4)$, Q $(3,6)$, R $(0,-3)$ 을
지나므로 차례로 대입하면

$1+16-A+4B+C=0 \quad \cdots$ ㉠

$9+36+3A+6B+C=0 \quad \cdots$ ㉡

$9-3B+C=0 \quad \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$A=-6, B=-2, C=-15$
따라서, 구하는 원의 방정식은
$x^2+y^2-6x-2y-15=0$

14. 점 $(2,\ 1)$, $(4,\ -1)$ 을 지나고, y 축에 접하는 두 개의 원 중 큰 원의 반지름의 길이는?

① 10 ② 8 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

중심의 좌표를 $(a,\ b)$ 라 하면
y 축에 접하므로 반지름의 길이 r 는
$r=|a|$ 이다.
$\therefore\ (x-a)^2+(y-b)^2=a^2 \cdots\cdots$ ㉠
㉠이 점 $(2,\ 1)$ 을 지나므로
$(2-a)^2+(1-b)^2=a^2$
$\therefore b^2-4a-2b+5=0 \cdots\cdots$ ㉡
㉠이 점 $(4,\ -1)$ 을 지나므로
$(4-a)^2+(-1-b)^2=a^2$
$b^2-8a+2b+17=0 \cdots\cdots$ ㉢
㉡$\times 2-$㉢에서 $b^2-6b-7=0$, $(b+1)(b-7)=0$
$\therefore\ b=-1,\ 7$
이때, ㉡에서 $b=-1$ 이면 $a=2,\ b=7$ 이면 $a=10$
$\therefore\ r=2$ 또는 10
따라서 큰 원의 반지름의 길이는 10 이다.

15. 원 $x^2 + y^2 = 8$과 직선 $y = x + k$가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수 k의 값의 범위를 구하면?

① $-2 < k < 2$ ② $0 < k < 4$ ③ $-4 < k < 0$

④ $-2 < k < 0$ ⑤ $-4 < k < 4$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d를 구하면

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d < r$이고

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2} \quad \therefore\ -4 < k < 4$$

16. 평행이동 $f:(x,y) \rightarrow (x-1,\ y+3)$ 에 의하여 점 $(3,\ 1)$ 은 어떤 점으로 옮겨지는가?

① $(2,\ 4)$　② $(4,\ 2)$　③ $(2,\ -4)$

④ $(-2,\ 4)$　⑤ $(4,\ -2)$

해설

f 는 x축의 방향으로 -1, y축의 방향으로 $+3$ 만큼 평행이동하는 변환이므로 $(3-1,\ 1+3)=(2,\ 4)$ 로 옮겨진다.

17. 직선 $y = 3x - 3$ 의 그래프를 직선 $y = x$에 대칭이동한 직선의 방정식은?

① $y = 3x + 1$ ② $y = \frac{1}{3}x + 1$ ③ $y = -\frac{1}{3} + 1$

④ $y = \frac{1}{3}x - 1$ ⑤ $y = 3x - 1$

해설

$y = x$대칭은 $x \to y$좌표로, $y \to x$를 대입한다.

18. 모든 실수 x에 대하여 $2x^3-3x^2-x+1=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$이라 할 때, $a+b+c+d$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2x^3-3x^2-x+1=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$

$x=2$를 대입하면,

$\{2\times(2)^3\}-(3\times 2^2)-2+1=a+b+c+d$

$\therefore a+b+c+d=3$

19. x에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+1를 $x+1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

$$\begin{array}{c|cccc} k & 1 & a & b & 1 \\ & & c & d & 1 \\ \hline & 1 & 3 & -1 & \boxed{2} \end{array}$$

① $a=3$ ② $b=2$ ③ $c=-1$

④ $d=-3$ ⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+1를 $x+1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} -1 & 1 & a & b & 1 \\ & & -1 & -a+1 & -b+a-1 \\ \hline & 1 & a-1 & b-a+1 & \boxed{-b+a} \end{array}$$

이때 $k=-1$, $c=-1$, $d=-a+1$, $b-a+1=-1$, $-b+a=2$ 이므로

$k=-1$, $c=-1$, $a=4$, $b=2$, $d=-3$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

20. 두 다항식 A, B 의 최대공약수가 $x+2$ 이고 최소공배수가 x^3+2x^2+ax+6 일 때, 상수 a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수 $G=x+2$
최소공배수는 G를 인수로 가지므로
$x=-2$를 최소공배수에 대입하면 0이 된다.
x^3+2x^2+ax+6
$=(-2)^3+2(-2)^2+a(-2)+6$
$=-8+8-2a+6$
$=-2a+6=0$
$\therefore\ a=3$

21. 이차함수 $f(x)=x^2+2x+a$ 에 대하여 $f(x)$ 의 최솟값과 $f(f(x))$ 의 최솟값이 같게 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \le 0$　② $a \ge 0$　③ $a \le 1$　④ $a \ge 1$　⑤ $a \le 2$

해설

$f(x)=x^2+2x+a=(x+1)^2+a-1$ 은

$x=-1$ 일 때 최솟값 $a-1$ 을 갖는다.

$\therefore f(x) \ge a-1$

$f(x)=t$ 라면

$f(f(x))=f(t)=t^2+2t+a(t \ge a-1)$

이때, 꼭짓점의 t 좌표 -1 이

$t \ge a-1$ 에 포함되면

$f(t)$ 의 최솟값이 $f(-1)=a-1$ 이 되어 최솟값과 같아진다.

즉, $-1 \ge a-1$　$\therefore a \le 0$

22. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c는 실수이다)

보기

㉠ $a > b$이면 $ac > bc$

㉡ $a > b$이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$

㉢ $a > b$이면 $\frac{c^2}{a} > \frac{c^2}{b}$

㉣ $a > b$이면 $a^2 > b^2$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢

④ ㉠, ㉡ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠의 반례 : $a > b$이고 $c = 0$인 모든 실수 (거짓)

㉡. $a > b$이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$(참)

㉢의 반례 : $a > b$이고 $c = 0$인 모든 실수 (거짓)

㉣. $a > b$이고 $|a| < |b|$인 모든 실수 (거짓)

23. 부등식 $2|x-1|-|x-2|<1$ 해는 $\alpha<x<\beta$ 이다. 이 때, $\alpha\beta$의 값은?

① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{-3}{3}$ ④ $-\frac{3}{3}$ ⑤ $-\frac{9}{3}$

해설

i) $x<1$일 때

$-2(x-1)+(x-2)<1$

$x>-1$ $\therefore$ 공통부분은 $-1<x<1$

ii) $1\le x<2$일 때

$2(x-1)+(x-2)<1$

$x<\frac{5}{3}$

$\therefore$ 공통부분은 $1\le x<\frac{5}{3}$

iii) $x\ge 2$일 때

$2(x-1)-(x-2)<1$

$x<1$ $\therefore$ 공통부분은 없음

i), ii), iii)을 모두 합하면 $-1<x<\frac{5}{3}$

$\therefore \alpha\beta=-\frac{5}{3}$

24. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2+4) \geq 2x(a+1)$ 이 성립할 때, 실수 a 의 조건은?

① $a < -\frac{1}{3},\ a > 1$　② $a \leq -\frac{1}{3}$　③ $a \geq 1$

④ $-\frac{1}{3} \leq a \leq 1$　⑤ $a = 0,\ 1$

해설

주어진 식을 정리하면

$f(x) = ax^2 - 2(a+1)x + 4a \geq 0$

$a = 0$ 일 때 $f(x) = -2x < 0$ 인 부분이 있고,

$a < 0$ 이면 $f(x) < 0$ 인 부분이 있다.

따라서 모든 x 에 대하여 성립하려면 $a > 0$

$D/4 = (a+1)^2 - 4a^2 \leq 0$

$\therefore\ 3a^2 - 2a - 1 \geq 0$

$(3a+1)(a-1) \geq 0$

$\therefore\ a \geq 1,\ a \leq -\frac{1}{3}$

$a > 0$ 이므로 $a \geq 1$

25. 직선 $x+2y-3=0$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동하면 처음 직선과 일치한다. 이 때 m , n 의 관계식으로 옳은 것은?

① $m+2n=0$ ② $m+2n=1$ ③ $2m+n=0$

④ $2m-n=0$ ⑤ $2m-n\ 1$

해설

직선 $x+2y-3=0$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동하면

$(x-m)+2(y-n)-3=0$

$\therefore x+2y-m-2n-3=0$

이 직선이 처음 직선 $x+2y-3=0$ 과 일치하므로

$-m-2n-3=-3$

$\therefore m+2n=0$