

1. 방정식 $2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -1$ (증근), $-\frac{1}{2}$, 2

② $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 1

③ $x = -1$ (증근), $\frac{1}{2}$, 2

④ $x = -1, \frac{1}{2}, 2$ (증근)

⑤ $x = -1, \frac{1}{2}$ (증근), 2

해설

$f(x) = 2x^4 - x^3 - 6x^2 - x + 2$ 라 하면 $f(-1) = 0$, $f(2) = 0$ 이므로 $(x+1)(x-2)$ 를 인수로 갖는다.

	2	-1	-6	-1	2
-1		-2	3	3	-2
	2	-3	-3	2	0
2		4	2	-2	
	2	1	-1	0	

조립제법에 의하면 주어진 방정식은

$$(x+1)(x-2)(2x^2+x-1) = 0$$

$$(x+1)^2(x-2)(2x-1) = 0$$

$$\therefore x = -1, \frac{1}{2}, 2$$

2. 방정식 $(x-1)(x^2-x-2)=0$ 의 모든 근의 합을 구하면?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$$(x-1)(x-2)(x+1)=0$$

$$\therefore x = -1, 1, 2$$

$$\therefore -1 + 1 + 2 = 2$$

3. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① (2, 3)

② (-2, 3)

③ (3, 2)

④ (3, -2)

⑤ (-3, -2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣ $\times 3$ 을 하면 $-4y = -8$

$\therefore y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$

$\therefore x = 3, y = 2$

4. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$

5. 연립방정식

$$\begin{cases} 2x + ay = 10 \\ x - y = b \end{cases}$$

의 해가 $x = 2$, $y = -3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$x = 2$, $y = -3$ 을

두 방정식

$2x + ay = 10$, $x - y = b$ 에 대입하면

모두 성립시키므로 $4 - 3a = 10$

$$\therefore a = -2$$

$$2 - (-3) = b$$

$$\therefore b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

6. 사차방정식 $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을 a , 가장 큰 근을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

$$\text{가장 작은 근 } a = -\sqrt{6}, \text{ 가장 큰 근 } b = \sqrt{6}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

7. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 상수 k 의 값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$x^3 + 3x^2 - kx - 5 = 0$ 의 한 근이 -1 이므로 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^3 + 3(-1)^2 - k(-1) - 5 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

8. 삼차방정식 $x^3 + x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $-3, 1 - \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1 - \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{2}$ 이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) + (-3)(1 - \sqrt{2}) + (-3)(1 + \sqrt{2}) = -7$$

$$b = -(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})(-3) = -3$$

$$\therefore a + b = -10$$

9. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

① $1 - \sqrt{2}, 2$

② $-1 + \sqrt{2}, -3$

③ $1 - \sqrt{2}, 3$

④ $1 - \sqrt{2}, -3$

⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.

삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로

$$\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \quad \alpha = 3$$

$\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

10. $x^3 - 1 = 0$ 의 한 허근을 ω 라 할 때, $\omega^3 + \bar{\omega}^3$ 의 값을 구하면? (단, $\bar{\omega}$ 는 ω 의 켤레복소수이다.)

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{를 } \omega \text{라 하면}$$

$$\bar{\omega} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \omega^3 = 1, \bar{\omega}^3 = 1, \omega^3 + \bar{\omega}^3 = 2$$

11. $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x - y = 1 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠에서 $x = y + 1$ 을 ㉡에 대입하면,

$$(y + 1)^2 + y^2 = 5$$

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$$(y + 2)(y - 1) = 0$$

$$\therefore y = -2 \text{ 또는 } y = 1$$

$$y = -2 \text{를 } \textcircled{㉠} \text{에 대입하면 } x = -1$$

$$y = 1 \text{을 } \textcircled{㉡} \text{에 대입하면 } x = 2$$

$$\therefore xy = 2$$

12. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$ 의 해를

$x = a, y = b$ 라 할 때, ab 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면 $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

13. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하여라.

$$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0 \text{ 에서}$$

$$x^2 - 2x = t \text{ 로 놓으면}$$

$$t(t - 2) - 3 = 0,$$

$$t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$(t - 3)(t + 1) = 0$$

$$\therefore t = 3 \text{ 또는 } t = -1$$

$$(i) \ t = 3, \text{ 즉 } x^2 - 2x = 3 \text{ 일 때}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

$$(ii) \ t = -1, \text{ 즉 } x^2 - 2x = -1 \text{ 일 때}$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)^2 = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ (중근)}$$

$$\text{따라서, } -1 \times 3 \times 1 = -3$$

14. 어떤 정육면체의 밑변의 가로 길이를 1 cm 줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm 씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)



답 :

cm



정답 : 2cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 x cm라 하면

$$\text{조건으로부터 } (x-1)(x+2)(x+3) = \frac{5}{2}x^3,$$

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = \frac{5}{2}x^3,$$

$$\frac{3}{2}x^3 - 4x^2 - x + 6 = 0 \text{ 에서}$$

$$3x^3 - 8x^2 - 2x + 12 = 0 \text{ 을 풀면 } x = 2(\text{cm})$$

15. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1) = 0$, $x^2 - y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는 (x, y) 의 개수는?

① 무한히 많다.

② 0개

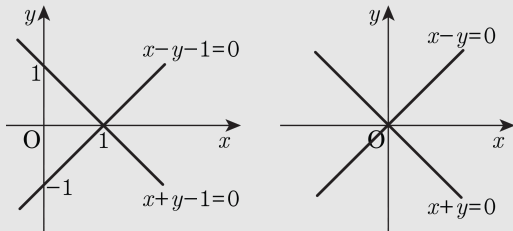
③ 1개

④ 2개

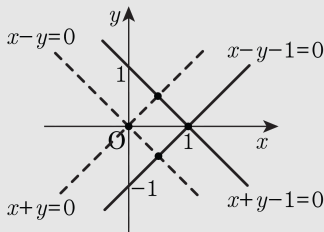
⑤ 4개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.



이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2개이다.

17. 집과 A 정류장 사이의 거리를 x m, A 정류장과 B 정류장 사이의 거리를 y m 라고 할 때, 다음에서 (가), (나) 를 식으로 나타내면? (단, 걸을 때의 속력은 60m/분 이고, 버스의 속력은 30km/시이다.)

(가) 집에서 A 정류장까지 걸어가서 3분을 기다린 후, 버스를 타고 B 정류장에 도착하는데 총 10분이 걸렸다.

(나) 다음 날은 집에서 어제 걸어난 길과 버스를 타고 간 길을 모두 걸어서 B 정류장에 도착하는데 28분이 걸렸다.

① (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 1680$

② (가) $25x + 3y = 10500$, (나) $x + y = 3360$

③ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

④ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 3360$

⑤ (가) $25x + 3y = 15000$, (나) $x + y = 1680$

해설

시속 30 km $\Rightarrow$ 분속 500 m
 (가) $\frac{x}{60} + 3 + \frac{y}{500} = 10, \frac{x}{60} + \frac{y}{500} = 7$

$\therefore 25x + 3y = 10500$

(나) $\frac{x+y}{60} = 28$

$\therefore x + y = 1680$

18. 200 m 운동장 트랙에서 두 명의 학생이 일정한 속력으로 달리기를 한다. 두 학생이 같은 방향으로 달리면 3분 후에 만나고, 반대 방향으로 달리면 1분 후에 만난다고 할 때, 두 학생 중 빠른 학생의 속력은?

① 8 km/h

② 9 km/h

③ 10 km/h

④ 11 km/h

⑤ 12 km/h

해설

빠른 학생의 분속 : x

3분간 간 거리 : $3x$

느린 학생의 분속 : y

3분간 간 거리 : $3y$

같은 방향으로 3분간 달려간 후 만났으므로
거리의 차는 200

$$3x - 3y = 200$$

반대방향으로 1분간 달려간 후 만났으므로
거리의 합은 200

$$x + y = 200$$

$$\begin{cases} 3x - 3y = 200 \\ x + y = 200 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면 $x = \frac{400}{3} \text{ m/분}$

$$\Rightarrow \frac{400 \text{ m}}{3} / \text{분} = \frac{0.4 \text{ km}}{3} \times 60 / \text{시간} = 8 \text{ km/h}$$

19. 연립방정식 $\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 x 값이
될 수 없는 것은?

① $2\sqrt{2}$

② $-\sqrt{3}$

③ $\sqrt{5}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ $-\sqrt{5}$

해설

$$x^2 - xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0$$

㉠ $x = 2y$ 일 때

$$(2y)^2 + y^2 = 5y^2 = 10$$

$$y^2 = 2,$$

$$y = \pm\sqrt{2}$$

$$\begin{cases} x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2} \\ x = -2\sqrt{2}, y = -\sqrt{2} \end{cases}$$

㉡ $x = -y$ 일 때

$$(-y)^2 + y^2 = 2y^2 = 10,$$

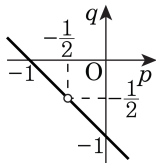
$$y^2 = 5,$$

$$y = \pm\sqrt{5}$$

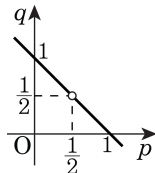
$$\begin{cases} x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5} \\ x = \sqrt{5}, y = -\sqrt{5} \end{cases}$$

20. x 에 관한 두 개의 이차방정식 $x^2 - px - q = 0$, $x^2 - qx - p = 0$ 이 오직 하나의 공통근을 갖는다. 이 때, p , q 의 관계를 나타낸 그래프는?

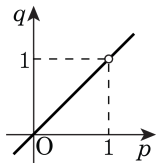
①



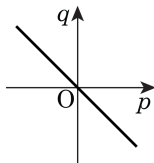
②



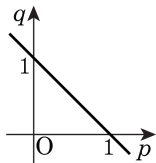
③



④



⑤



해설

$$\begin{cases} x^2 - px - q = 0 & \dots \textcircled{1} \\ x^2 - qx - p = 0 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서 } (-p + q)x - (-p + q) = 0$$

$$\therefore (-p + q)(x - 1) = 0$$

여기서 $-p + q = 0$ 이면 즉 $q = p$ 이면

①, ②가 같게 되어 주어진 문제의 조건에 모순이다.

$\therefore x = 1$ 이다.

$$\text{이 때 } \textcircled{1} \text{에서 } 1 - p - q = 0$$

따라서 구하는 식은 $q = -p + 1$ (단, $p \neq q$)

21. 방정식 $x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0$ 을 만족하는 두 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4x + 4 = 0$ 에서

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$$

x, y 는 실수이므로 $x = -1, y = 2$

$$\therefore x + y = -1 + 2 = 1$$

22. 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 근이 유리수가 되는 k 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식 $D \geq 0$ 이어야 한다.

$D = 25 - 8k \geq 0$ 곧, $k \leq \frac{25}{8}$ 이어야 한다.

k 는 정수이므로 $k = 3, 2, 1, \dots$ 이고,
이 중 $D \geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 $k = 3$ 이다.

23. 다음 그림의 격자점 중 $xy + x - 2y - 2 = 3$ 을 만족시키는 점은 모두 몇 개인가?

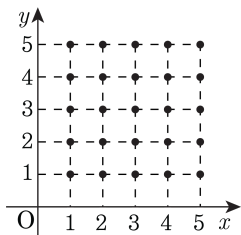
① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개



해설

$$\begin{aligned} xy + x - 2y - 2 &= x(y + 1) - 2(y + 1) \\ &= (x - 2)(y + 1) \text{ 이므로} \end{aligned}$$

$(x - 2)(y + 1) = 3$ 에서 문제의 x, y 는

- i) $x - 2 = 1, y + 1 = 3$ 일 때, $x = 3, y = 2$
- ii) $x - 2 = 3, y + 1 = 1$ 일 때, $x = 5, y = 0$
- iii) $x - 2 = -1, y + 1 = -3$ 일 때, $x = 1, y = -4$
- iv) $x - 2 = -3, y + 1 = -1$ 일 때,
 $x = -1, y = -2$

x, y 는 자연수이므로 조건을 만족시키는 점은 $(3, 2)$ 뿐이다.

24. 방정식 $xy + 2x = 3y + 10$ 을 만족하는 양의 정수가 $x = \alpha$, $y = \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

주어진 식을 변형하면

$$xy + 2x - 3y = 10, \quad xy + 2x - 3y - 6 = 4,$$

$$(x - 3)(y + 2) = 4$$

$y + 2 \geq 3$ 이므로 두 자연수의 곱이 4가 되는 경우는

$$x - 3 = 1, \quad y + 2 = 4$$

$$\therefore x = 4, \quad y = 2$$

25. 이차방정식 $x^2 - ax + a + 2 = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되게 하는 모든 상수 a 에 대한 설명 중 옳은 것은?

① a 는 -10 이상 -2 이하이다.

② a 는 -2 이상 6 이하이다.

③ a 는 6 이상이다.

④ a 는 0 이하이다.

⑤ a 는 0 이상 8 이하이다.

해설

두 정수근을 α, β 라 하면 (단, $\beta \geq \alpha$)

$$\alpha + \beta = a, \alpha\beta = a + 2$$

이 두 식에서 a 를 소거하면

$$\alpha\beta - \alpha - \beta = 2, (\alpha - 1)(\beta - 1) = 3$$

$\alpha - 1, \beta - 1$ 이 정수이므로

$$\therefore \alpha = 2, \beta = 4 \text{ 또는 } \alpha = -2, \beta = 0$$

$$\therefore a = 6, -2$$