

1. 연립방정식
$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{1}{2} \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{1}{3} \\ \frac{zx}{z+x} = \frac{1}{7} \end{cases}$$
 에서 xyz 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{6}$

② -12

③ -3

④ $-\frac{1}{12}$

⑤ $-\frac{1}{2}$

해설

준식의 역수를 취하면

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 2,$$

$$\frac{y+z}{yz} = \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3,$$

$$\frac{x+z}{xz} = \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 7$$

위 세 식의 합을 구하면

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \times 2 = 12 \text{ 이고,}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 6 \text{ 이다.}$$

각각의 식을 빼서 역수를 취하면

$$x = \frac{1}{3}, y = -1, z = \frac{1}{4} \text{ 이고,}$$

$$\therefore xyz = -\frac{1}{12}$$

2. 속리산 일대를 며칠 동안 38인승 관광버스 1대를 빌려 여행을 하려고 하는데 현재 신청한 사람 중에서 4명이 취소하면 나머지 사람들이 버스 대여료로 1만원씩 더 내고, 현재 신청한 사람보다 6명이 더 신청하면 1만원씩 적게 낸다고 한다. 현재 신청한 사람은 모두 몇명인가?

① 20명

② 24명

③ 26명

④ 30명

⑤ 36명

해설

현재 신청한 사람 수를 x 명, 버스 대여료를 y 원, 1인당 내는 버스 대여료를 a 만원이라 하면

$$y = ax, y = x(a+1) - 4(a+1),$$

$$y = x(a-1) + 6(a-1) \text{ 이므로}$$

$$ax = x(a+1) - 4(a+1) = x(a-1) + 6(a-1)$$

$$\begin{cases} ax = x(a+1) - 4(a+1), & x - 4a = 4 \cdots \textcircled{㉠} \\ ax = x(a-1) + 6(a-1), & -x + 6a = 6 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립

하여 풀면 $x = 24, a = 5$

따라서 현재 신청한 사람은 모두 24명이다.

3. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + by = 7 \\ ax - by = 3 \end{cases}$ 에서 x, y 는 모두 자연수이다. 다음 중

$a + b$ 의 값이 될 수 없는 것은? (단, a 는 0 이상의 정수, b 는 정수)

① -3

② -1

③ 4

④ 8

⑤ 13

해설

$$\begin{cases} 2x + by = 7 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ ax - by = 3 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases} \quad \text{에서 } \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \text{을 하면 } (2 + a)x = 10$$

$$\therefore x = \frac{10}{2 + a}$$

x 가 자연수가 되려면 $a = 0, 3, 8$ 이어야 한다.

i) $a = 0$ 이면 $x = 5$ 이것을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$by = -3, y = -\frac{3}{b} \text{ 이 자연수가 되려면}$$

$$b = -1, -3$$

ii) $a = 3$ 이면 $x = 2$ 이것을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$by = 3, y = \frac{3}{b} \text{ 이 자연수가 되려면 } b = 1, 3$$

iii) $a = 8$ 이면 $x = 1$ 이것을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$by = 5, y = \frac{5}{b} \text{ 가 자연수가 되려면 } b = 1, 5$$

i), ii), iii)에서

$$a = 0 \text{이면 } b = -1, -3 \therefore a + b = -1, -3$$

$$a = 3 \text{ 이면 } b = 1, 3 \therefore a + b = 4, 6$$

$$a = 8 \text{ 이면 } b = 1, 5 \therefore a + b = 9, 13$$

따라서 8은 $a + b$ 의 값이 될 수 없다.

4. 두 개의 컵 A, B 에 각각 $a\%$ 의 소금물 1000g, $b\%$ 의 소금물 600g 이 들어 있다. A 의 소금물의 20% 를 B 에 넣어 잘 섞은 후, B 의 소금물의 50% 를 A 에 넣고 잘 섞었다. 그 결과 A 는 12%, B 는 8% 의 소금물이 되었다. 이 때, $2a - b$ 의 값은?

① 22

② 24

③ 25

④ 26

⑤ 28

해설

i) A 의 소금물의 20% 를 B 에 섞은 후

A 의 소금물 : 800(g)

$$\text{소금} : 800 \times \frac{a}{100} = 8a(\text{g})$$

B 의 소금물 : 800(g)

$$\text{소금} : 600 \times \frac{b}{100} + 200 \times \frac{a}{100} = 6b + 2a(\text{g})$$

ii) B 의 소금물의 50% 를 A 에 섞은 후

A 의 소금물 : 800 + 400 = 1200(g)

$$\text{소금} : 8a + \frac{6b + 2a}{2} = 9a + 3b(\text{g})$$

B 의 소금물 : 400(g)

$$\text{소금} : \frac{2a + 6b}{2} = a + 3b(\text{g})$$

$$\text{따라서 A 의 농도는 } \frac{9a + 3b}{1200} \times 100 = 12(\%)$$

$$\text{B 의 농도는 } \frac{a + 3b}{400} \times 100 = 8(\%)$$

$$\begin{cases} 3a + b = 48 \\ a + 3b = 32 \end{cases}$$

$$-8b = -48 \therefore b = 6$$

$$a + 18 = 32 \therefore a = 14$$

$$\therefore 2a - b = 28 - 6 = 22$$

5. 연립방정식 $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 3x + y = kx \end{cases}$ 가 $x = 0, y = 0$ 이외의 해를 가질 때,
상수 k 의 값은 ?

① $\frac{9}{2}$

② $\frac{7}{2}$

③ $\frac{5}{2}$

④ $\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$x = 0, y = 0$ 이외의 해를 가진다는 것은 해가 무수히 많다는 뜻과 같다.

$$\begin{cases} x + 2y = 0 \\ (3 - k)x + y = 0 \end{cases} \quad \text{에서}$$

$$\frac{1}{3 - k} = \frac{2}{1} \quad \therefore k = \frac{5}{2}$$

6. 두 연립방정식 $\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{6} \\ ax + by = 17 \end{cases}$ 와 $\begin{cases} ax - by = 13 \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -\frac{5}{6} \end{cases}$ 의 해가 같을 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{1}{y} = \frac{11}{6} \\ \frac{2}{x} - \frac{3}{y} = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

$\frac{1}{x} = A, \frac{1}{y} = B$ 라고 하면

$$\Rightarrow \begin{cases} 4A + B = \frac{11}{6} \\ 2A - 3B = -\frac{5}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 24A + 6B = 11 & \dots \textcircled{㉠} \\ 12A - 18B = -5 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} - 2 \times \textcircled{㉡}$ 을 하면 $A = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{2}$

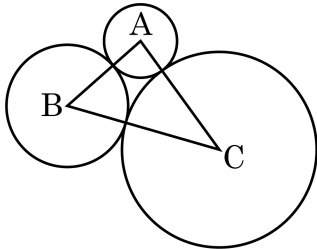
$\therefore x = 3, y = 2$

$$\begin{cases} ax + by = 17 \\ ax - by = 13 \end{cases} \quad \text{에 } x = 3, y = 2 \text{ 을 대입하면}$$

$$\begin{cases} 3a + 2b = 17 \\ 3a - 2b = 13 \end{cases}$$

이 연립방정식을 풀면 $a = 5, b = 1$ 이므로 $a + b = 6$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 세 원 A, B, C 가 접해 있다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$, $\overline{CA} = 11\text{cm}$ 일 때, 세 원의 넓이의 비는?



- ① 3 : 5 : 7 ② 12 : 35 : 24 ③ 8 : 13 : 15
 ④ 9 : 25 : 24 ⑤ 15 : 25 : 21

해설

세 원 A, B, C 의 반지름의 길이가 각각 a , b , c 라고 하면

$$\begin{array}{r} a+b=8 \\ b+c=13 \\ +) \quad c+a=11 \\ \hline 2(a+b+c)=32 \end{array}$$

$\therefore a+b+c = 16$ 이므로 $a = 3$, $b = 5$, $c = 8$ 이다. 넓이의 비는
 $3^2 : 5^2 : 8^2 = 9 : 25 : 64$

8. 4 % 의 소금물 x g 과 6 % 의 소금물을 섞은 후 물을 a g 더 부어 3 % 의 소금물 120 g 을 만들었다. 이때, $x : a = 1 : 3$ 이었다면 더 부은 물 a 의 양은?

① 24 g

② 27 g

③ 18 g

④ 36 g

⑤ 54 g

해설

$$\begin{cases} 4 \% \text{ 소금물} : x \\ 6 \% \text{ 소금물} : y \\ \text{더 부은 물의 양} : 3x \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x + y + 3x = 120 \\ x \times \frac{4}{100} + y \times \frac{6}{100} = 120 \times \frac{3}{100} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x + y = 120 & \dots \text{①} \\ 4x + 6y = 360 & \dots \text{②} \end{cases}$$

① - ② 을 하면 $x = 18$, $y = 48$ 이 된다.

따라서 더 부은 물의 양은 $3x$ 이므로 54 g 이다.

9. 금이 90% 포함된 A 와 금이 50% 포함된 B 를 섞어서 금이 75% 포함된 제품 400g 을 만들려고 할 때, A 의 양과 B 의 양은 각각 얼마인가?

① $A = 300\text{g}, B = 100\text{g}$

② $A = 100\text{g}, B = 300\text{g}$

③ $A = 200\text{g}, B = 200\text{g}$

④ $A = 150\text{g}, B = 250\text{g}$

⑤ $A = 250\text{g}, B = 150\text{g}$

해설

A 의 양을 $x\text{g}$, B 의 양을 $y\text{g}$ 이라 하면

$$\begin{cases} x + y = 400 \cdots \textcircled{㉠} \\ x \times \frac{90}{100} + y \times \frac{50}{100} = 400 \times \frac{75}{100} \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉡} \times 10$ 을 하면 $9x + 5y = 3000 \cdots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉠} \times 5 - \textcircled{㉢}$ 을 하면 $-4x = -1000$

$\therefore x = 250$

$x = 250$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면 $y = 150$

따라서, A 의 양은 250g, B 의 양은 150g 이다.

10. 배로 강을 9km 오르는 데 1 시간 30 분, 같은 장소로 다시 내려오는 데 30 분이 걸렸다. 이때, 정지하고 있는 물에서의 배의 속력과 강물의 흐르는 속력을 차례로 구하면?

① 8km/h, 4km/h

② 8km/h, 6km/h

③ 12km/h, 6km/h

④ 24km/h, 18km/h

⑤ 24km/h, 12km/h

해설

정지하고 있는 물에서의 배의 속력을 시속 x km, 강물의 흐르는 속력을 시속 y km 라 하면,

(시간) $\times$ (속력) = (거리) 이므로

$$\begin{cases} \frac{3}{2} \times (x - y) = 9 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{2} \times (x + y) = 9 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} \times \frac{2}{3} + \textcircled{㉡} \times 2$ 를 계산하면, $x = 12$, $y = 6$

따라서 정지하고 있는 물에서의 배의 속력은 시속 12km, 강물의 흐르는 속력은 시속 6km

11. 둘레의 길이가 1km 인 원형 트랙을 A , B 두 사람이 같은 지점에서 서로 반대 방향으로 동시에 출발하면 2 분 후에 만나고, 같은 방향으로 출발하면 12 분 후에 만난다고 한다. 이 때, 두 사람의 속력을 구하면? (A 가 B 보다 빠르다고 한다.)

① $A : \frac{875}{3} \text{m/분}, B : \frac{635}{3} \text{m/분}$

② $A : \frac{865}{3} \text{m/분}, B : \frac{625}{3} \text{m/분}$

③ $A : \frac{875}{3} \text{m/분}, B : \frac{605}{3} \text{m/분}$

④ $A : \frac{865}{3} \text{m/분}, B : \frac{605}{3} \text{m/분}$

⑤ $A : \frac{875}{3} \text{m/분}, B : \frac{625}{3} \text{m/분}$

해설

A 의 속력을 $x\text{m/분}$, B 의 속력을 $y\text{m/분}$ 라 하면 서로 반대방향으로 출발하여 서로 만났다는 것은 A , B 두 사람이 2 분 동안 걸은 거리의 합은 원형 트랙의 길이와 같다.

따라서 $2x + 2y = 1000$ 이다.

같은 방향으로 출발하여 12 분 후 다시 만났다고 하는 것은 A 가 걸은 거리와 B 가 걸은 거리의 차가 원형 트랙의 둘레의 길이와 같다.

따라서 $12x - 12y = 1000$ 이다.

두 식을 연립하여 풀면

$$\therefore y = \frac{625}{3}, x = \frac{875}{3}$$

$$\therefore A : \frac{875}{3} \text{m/분}, B : \frac{625}{3} \text{m/분}$$

12. 아들이 시속 20km 의 속력으로 자전거를 타고 집을 나선 지 5 분 후에 지갑을 놓고 간 것을 어머니가 자동차를 타고 시속 30km 로 달려서 아들을 만났다. 어머니는 출발한지 몇 분 후에 아들을 만났는가?

① 5 분

② 6 분

③ 8 분

④ 10 분

⑤ 12 분

해설

아들이 자전거를 타고 간 시간을 x 분, 어머니가 자동차를 타고 간 시간을 y 분이라 하면

두 사람이 움직인 거리는 같으므로

$$20 \times \frac{x}{60} = 30 \times \frac{y}{60}$$

$$\frac{x}{3} = \frac{y}{2}, x = \frac{3}{2}y \cdots \textcircled{1}$$

아들이 어머니보다 5분 먼저 출발했으므로

$$x = y + 5 \cdots \textcircled{2}$$

①식을 ②에 대입하면

$$\frac{3}{2}y = y + 5$$

$$\frac{1}{2}y = 5$$

$$\therefore y = 10(\text{분})$$

13. 한이와 준이가 함께 방 청소를 하면 10 분 만에 끝낼 수 있다. 근데, 한이가 먼저 5 분 청소하고 나머지를 준이가 20 분 동안 청소해서 방 청소를 끝냈다. 준이가 혼자 방 청소를 하면 몇 분이 걸리겠는가?

- ① 30 분 ② 35 분 ③ 40 분 ④ 45 분 ⑤ 50 분

해설

전체 일의 양을 1, 한이와 준이가 1 분 동안 할 수 있는 일의 양을 각각 x , y 라 하면 $10x + 10y = 1$, $5x + 20y = 1$ 이다.

두 식을 연립하면 $x = \frac{1}{15}$, $y = \frac{1}{30}$ 이므로

준이가 혼자 방 청소를 하게 되면 30 분이 걸린다.

14. 어느 상점에서 지난 달 A 물건과 B 물건을 판 금액은 70 만원이고, 이 달에 판 금액은 A 가 4%, B 가 2% 늘어서 A , B 를 합하여 2 만원이 많아졌다고 한다. 이 달에 A 물건을 판 금액은?

- ① 312000 원 ② 335000 원 ③ 359000 원
④ 398000 원 ⑤ 408000 원

해설

지난 달 A 물건을 판 금액을 x 원, B 물건을 판 금액을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} x + y = 700000 \\ \frac{4}{100}x + \frac{2}{100}y = 20000 \end{cases}, \text{ 즉 } \begin{cases} x + y = 700000 \\ 2x + y = 1000000 \end{cases}$$

$$\therefore x = 300000, y = 400000$$

따라서 이 달에 A 물건을 판 금액은

$$300000 + 300000 \times \frac{4}{100} = 312000(\text{원}) \text{ 이다.}$$

15. 이탈리아의 어느 도시의 3 년 전 내국인과 외국인을 합한 총 인구는 3500000 명이었다. 그런데 그 후로 매년 내국인은 10% 씩 감소하고, 외국인은 매년 20% 씩 증가하여 금년에 외국인이 내국인보다 396900 명이 많았다. 이 때, 3 년 전의 외국인은 몇 명인가?(필요하면 $0.9^3 = 0.729$, $1.2^3 = 1.728$ 를 이용하시오.)

① 1180000 명

② 1190000 명

③ 1200000 명

④ 1210000 명

⑤ 1220000 명

해설

내국인의 수를 x 명, 외국인의 수를 y 명

$$x + y = 3500000, 1.2^3 y - 0.9^3 x = 396900$$

두 방정식을 연립하여 풀면 $y = 1200000$ (명) 이다.