1. 두 점 A$(-2, -1)$, B$(1, 3)$을 잇는 선분 AB를 $3:1$로 외분하는 점 Q의 좌표는?

① $(5, -1)$ ② $\left(\frac{5}{2}, 5\right)$ ③ $\left(-3, \frac{5}{2}\right)$
④ $\left(\frac{2}{3}, -1\right)$ ⑤ $(3, 1)$

해설
$\left(\frac{3+2}{3-1}, \frac{9+1}{3-1}\right) = \left(\frac{5}{2}, 5\right)$

2. A$(a,\ 8)$, B$(b,\ a)$, C$(5,\ b)$인 $\triangle$ABC의 무게중심이 G$(a,\ 3)$일 때, 선분 BG의 길이는?

① 2 ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{34}$

해설

$\dfrac{a+b+5}{3}=a$, $\dfrac{8+a+b}{3}=3$

$\therefore a=2$, $b=-1$

따라서 $\overline{\mathrm{BG}}=\sqrt{(2+1)^2+(3-2)^2}=\sqrt{10}$

3. 중심이 $(2, -1)$ 이고, 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 원의 방정식은?

① $(x+2)^2+(y-1)^2=5$
② $(x+2)^2+(y-1)^2=\sqrt{5}$
③ $(x-2)^2+(y+1)^2=5$
④ $(x-2)^2+(y+1)^2=\sqrt{5}$
⑤ $(x-2)^2+(y+1)^2=5^2$

해설

중심이 $(2, -1)$, $r : \sqrt{5}$ 인 원
$\Rightarrow \ (x-2)^2+(y+1)^2=5$

4. 평행이동 $(x, y) \to (x+1, y-1)$ 에 의하여 원점으로 옮겨지는 점은?

① $(-1, 1)$ ② $(0, 0)$ ③ $(1, -1)$
④ $(1, 1)$ ⑤ $(-1, -1)$

해설

(a, b) 라 하면
$(a+1, b-1) = (0, 0)$
$\therefore (a, b) = (-1, 1)$

5. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

Ⅰ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3)\cdot(-3)} = \sqrt{9} = 3$
Ⅱ. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5\times(-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\dfrac{2}{-6}} = \sqrt{-\dfrac{1}{3}} = \sqrt{\dfrac{1}{3}}i$
Ⅳ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① Ⅰ, Ⅱ　② Ⅰ, Ⅲ　③ Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ
④ Ⅱ, Ⅳ　⑤ Ⅲ, Ⅳ

해설

Ⅰ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
∴ 옳지 않다.
Ⅱ. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
∴ 옳다.
Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\dfrac{2}{6}}\cdot\dfrac{i}{i^2} = -\sqrt{\dfrac{1}{3}}i$
∴ 옳지 않다.
Ⅳ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
∴ 옳다.

6. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x$ 의 최댓값을 구하면?

① 8 ② 4 ③ 2 ④ -2 ⑤ -4

해설

$y = -2x^2 + 8x = -2(x-2)^2 + 8$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 8 이다.

7. 부등식 $ax-b^2 > bx+a^2-8$의 해가 모든 실수이기 위한 a의 조건은? (a, b는 실수)

① $a=b$이고 $-1<a<1$
② $a=b$이고 $-2<a<2$
③ $a=b$이고 $-3<a<3$
④ $a=b$이고 $-4<a<4$
⑤ $a=b$이고 $-5<a<5$

해설

$ax-b^2 > bx+a^2-8$에서
$(a-b)x-b^2-a^2+8>0$이 모든 x에 대해서 성립해야 하므로
$a=b$
$\therefore -2a^2+8>0 \quad 2a^2<8$
$\therefore a^2<4$ 이므로 $-2<a<2$
즉 $a=b$ 이고 $-2<a<2$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \dfrac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$ 을 만족하는 가장 큰 정수는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\begin{cases} 0.7x - 1.2 \leq 0.5x + 0.4 \\ \dfrac{x+2}{3} < 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 7x - 12 \leq 5x + 4 \\ x + 2 < 9 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x \leq 8 \\ x < 7 \end{cases}$

$\therefore x < 7$

따라서 가장 작은 정수는 6 이다.

9. 두 부등식 $3(x-10) < -x+5$, $\frac{x-12}{4} \le \frac{x-2}{3} + \frac{7}{12}$ 를 동시에 만족하는 해는?

① $-35 < x \le \frac{35}{4}$ ② $-35 \le x < \frac{35}{4}$ ③ $-30 < x \le \frac{35}{4}$
④ $-30 < x \le 35$ ⑤ $-25 < x \le 35$

해설
i) $3(x-10) < -x+5$
$3x-30 < -x+5$
$x < \frac{35}{4}$
ii) $\frac{x-12}{4} \le \frac{x-2}{3} + \frac{7}{12}$ 의 양변에 12 를 곱하면
$3(x-12) \le 4(x-2)+7$
$3x-36 \le 4x-8+7$
$x \ge -35$
$\therefore -35 \le x < \frac{35}{4}$

10. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$의 해가 $-2 < x < 1$일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$을 만족하는 한 자리의 자연수 x의 개수는?

① 1개　② 2개　③ 4개　④ 6개　⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$
해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,
즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면
$ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이
$ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로
$b = a, c = -2a \cdots$ ㈎
㈎를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면
$-2ax^2 - ax - a > 0$, $2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$
이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식
$D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로
$2x^2 + x + 1 > 0$ 은
모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
따라서 주어진 부등식을 만족하는
한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \cdots, 9$ 의 9개이다.

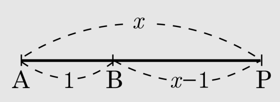
11. 평면 위의 두 점 A, B 에 대하여 선분 AB를 $m \ : \ n$ 으로 외분하는 점을 P라 하자. $\overline{\mathrm{AB}} = 1$ 일때, $\overline{\mathrm{AP}}$ 의 길이는? (단, $m > n$)

① $\dfrac{m}{m-n}$ ② $\dfrac{n}{m-n}$ ③ $\dfrac{m}{m+n}$

④ $\dfrac{m+n}{m-n}$ ⑤ $\dfrac{m-n}{m+n}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AP}} = \mathrm{x}$ 라 하면 문제의 조건에서 $\overline{\mathrm{AB}} = 1$ 이므로 $\overline{\mathrm{BP}} = x-1$



점 P가 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 $m \ : \ n$ 으로 외분하는 점이므로

$\overline{\mathrm{AP}} \ : \ \overline{\mathrm{BP}} \quad m \ : \ n$ 에서 $x \ : \ (x-1) \ = \ m \ : \ n$

$\therefore \ m(x-1) = nx$

$\therefore \ x = \dfrac{m}{m-n}$

12. 방정식 $x^2 + y^2 + kx - 2y + 10 = 0$ 이 원을 나타낼 때, k 의 범위를 구하면?

① $-4 < k < 5$

② $k < -4$ 또는 $k > 5$

③ $-6 < k < 6$

④ $k < -6$ 또는 $k > 6$

⑤ $-4 < k < 6$

해설

준 식 : $\left(x + \frac{k}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{k^2}{4} - 9$

중심이 $\left(-\frac{k}{2}, 1\right)$,

반지름이 $\sqrt{\frac{k^2}{4} - 9}$ 인 원이 되려면

$\frac{k^2}{4} - 9 > 0$

$\therefore\ k^2 - 36 > 0$

$\therefore\ (k+6)(k-6) > 0$

$\therefore\ k < -6$ 또는 $k > 6$

13. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라고 할 때, $xf(x)-3$을 $x+1$로 나눈 몫과 나머지는?

① $xQ(x), -R-3$
② $xQ(x), -R+3$
③ $xQ(x), -R-6$
④ $xQ(x)+R, -R-3$
⑤ $xQ(x)+R, -R+3$

해설

$f(x)=(x+1)Q(x)+R$

$\therefore\ xf(x)=x(x+1)Q(x)+xR$

$\therefore\ xf(x)-3=x(x+1)Q(x)+xR-3$

$=(x+1)\{xQ(x)\}+(x+1)R-R-3$

$=(x+1)\{xQ(x)+R\}-R-3$

14. 다항식 $f(x)$를 $x+1$로 나눌 때의 나머지가 3이고, $x-2$로 나누어서 떨어진다. 이 다항식을$(x+1)(x-2)$로 나눌 때의 나머지를 구하면?

① $2x+1$ ② $-x+2$ ③ $x-1$

④ 2 ⑤ 3

해설

$R(x) = ax + b$라 두면

$R(-1) = -a + b = 3,\ R(2) = 2a + b = 0$

$a = -1,\ b = 2$이므로 $R(x) = -x + 2$

15. x에 대한 두 다항식 $A = x^2 + 3x + k$, $B = x^2 + x - k$의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 k의 값은? (단, $k \neq 0$)

① -1　　② 0　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

$A - B = 2x + 2k = 2(x + k)$
A, B의 최대공약수는 $A - B$의 인수이므로
A, B의 최대공약수를 G라 하면
G는 일차식이므로 $G = x + k$
$x + k$는 A의 인수이어야 하므로
$(-k)^2 + 3(-k) + k = 0$
$\therefore\ k = 0$ 또는 $k = 2$
그런데 주어진 조건에서 $k \neq 2$이므로 $k = 2$

16. x의 삼차방정식 $x^3+px^2+qx-105=0$의 세 근이 모두 2보다 큰 정수일 때, $p+q$의 값을 구하면?

① 56　　② 21　　③ 10　　④ -10　　⑤ -21

해설

세 근을 α , β , γ 라 하면 근과 계수와의 관계에 의해서
$\alpha+\beta+\gamma=-p$, $\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=q$, $\alpha\beta\gamma=105$
마지막 식에서 $\alpha\beta\gamma=3\cdot5\cdot7$
$\therefore$ 세 근은 3, 5, 7 이다.
$\therefore\ p=-(3+5+7)=-15$,
$q=3\cdot5+5\cdot7+7\cdot3=15+35+21=71$
$\therefore\ p+q=56$

17. 다음은 삼차방정식 $x^3+px+1=0$의 한 근을 α라고 할 때, $-\alpha$ 는 $x^3+px-1=0$의 근이고, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3+px^2+1=0$의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 <u>않은</u> 것은?

> α는 $x^3+px+1=0$의 근이므로 $\alpha^3+p\alpha+1=0$ $\cdots$ ㉠
> $f(x)=x^3+px-1$이라고 하면 $f(-\alpha)=$ (가)$=$ (나) $=0$ ($\because$ ㉠
>)
> 따라서 $-\alpha$는 $x^3+px-1=0$의 근이다. 또 $g(x)=x^3+px^2+1$
> 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right)=$ (다)$=$ (라)$=$ (마) $=0$($\because$ ㉠)
> 따라서, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3+px^2+1=0$ 의 근이다.

① (가) $(-\alpha)^3+p(-\alpha)-1$ ② (나) $-(\alpha^3-p\alpha+1)$
③ (다) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+1$ ④ (라) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3(1+p\alpha+\alpha^3)$
⑤ (마) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\cdot 0$

해설

α는 $x^3+px+1=0$의 근이므로 $\alpha^3+p\alpha+1=0$ $\cdots$ ㉠
$f(x)=x^3+px-1$이라고 하면 $f(-\alpha)=(-\alpha)^3+p(-\alpha)-1$
$=-(\alpha^3+p\alpha+1)=0$ ($\because$ ㉠)
따라서 $-\alpha$ 는 $x^3+px-1=0$의 근이다.

또 $g(x)=x^3+px^2+1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right)=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3+p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2+1$

$=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3(1+p\alpha+\alpha^3)=\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3\cdot 0=0$ ($\because$ ㉠)

따라서 $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3+px^2+1=0$ 의 근이다.

18. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 4x-3>3x-1 \\ x+5 \geq 2x-1 \\ -x<3 \end{cases}$ 의 해가 <u>아닌</u> 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\begin{cases} 4x-3>3x-1 \\ x+5 \geq 2x-1 \\ -x<3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x>2 \\ x \leq 6 \\ x>-3 \end{cases}$

$\therefore\ 2<x \leq 6$

19. 부등식 $x-3 \le 2x-1 < 8-x$ 의 해 중에서 정수인 해는 몇 개인가?

① 6 개
② 5 개
③ 4 개
④ 해가 없다
⑤ 해가 무수히 많다.

해설

$x-3 \le 2x-1 < 8-x$ 에서
(i) $x-3 \le 2x-1$
$x-2x \le -1+3$
$-x \le 2$
$\therefore\ x \ge -2$
(ii) $2x-1 < 8-x$
$2x+x < 8+1$
$3x < 9$
$\therefore\ x < 3$
$\therefore\ -2 \le x < 3$

20. x 축에 접하고 두 점 $(3,\ 1)$, $(-4,\ 8)$ 을 지나는 원 중, 반지름의 크기가 큰 원의 방정식을 구하면?

① $(x-3)^2+(y-12)^2=169$
② $x^2+(y-5)^2=169$
③ $x^2+(y-5)^2=25$
④ $(x-8)^2+(y-13)^2=169$
⑤ $(x-8)^2+(y-13)^2=25$

해설

구하는 원의 중심을 $(a,\ b)$ 라고 하면
x 축에 접하는 원의 방정식은
$(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$
이 원이 두 점 $(3,\ 1)$, $(-4,\ 8)$ 을 지나므로
$(3-a)^2+(1-b)^2=b^2 \cdots\cdots$ ㉠
$(-4-a)^2+(8-b)^2=b^2 \cdots\cdots$ ㉡
㉠ − ㉡에서
$b=a+5 \cdots\cdots$ ㉢
㉢을 ㉠에 대입하면
$a^2-8a=a(a-8)=0 \quad \therefore \quad a=0$ 또는 $a=8$
㉢에서 $a=0$ 일 때 $b=5$, $a=8$ 일 때 $b=13$
따라서 구하는 원의 방정식은
$x^2+(y-5)^2=5^2$ 또는
$(x-8)^2+(y-13)^2=13^2$