1. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2+13x-18=a(x+2)(x-3)+bx(x+2)+cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 1　② 3　③ 6　④ 9　⑤ 12

해설

준식에

$x=0$을 대입하면 $-18=-6a$에서 $a=3$

$x=3$을 대입하면 $30=15b$에서 $b=2$

$x=-2$을 대입하면 $-40=10c$에서 $c=-4$

$\therefore\ a+b+c=3+2+(-4)=1$

2. 부등식 $4-x \le 3x-4 < 2x+2$ 를 풀면?

① $x \le 2$ ② $x \ge 2$ ③ $2 \le x < 6$
④ $x \le 6$ ⑤ $x \ge 6$

해설

$4-x \le 3x-4 < 2x+2$

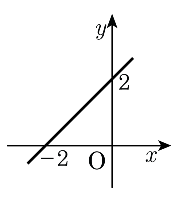
$\rightarrow \begin{cases} 4-x \le 3x-4 \\ 3x-4 < 2x+2 \end{cases}$

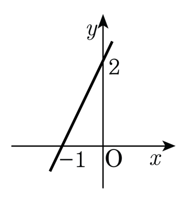
$\rightarrow \begin{cases} -x-3x \le -4-4 \\ 3x-2x < 2+4 \end{cases}$

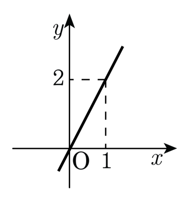
$\rightarrow \begin{cases} -4x \le -8 \\ x < 6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x < 6 \end{cases}$

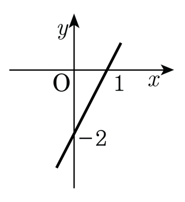
$\therefore\ 2 \le x < 6$

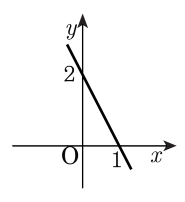
3. 다음 중 직선 $y = 2(x+1)$ 을 나타내는 그래프는?

①


②


③


④


⑤


해설

$y = 2(x+1) = 2x+2$ 이므로, 기울기가 2 이고,
y 절편이 2 인 그래프는 ②번이다.

4. 점 $(2, -4)$ 를 지나고 직선 $x-2y-4=0$ 에 수직인 직선의 방정식은?

① $y=2x-1$ ② $y=-2x+1$ ③ $y=-x+2$

④ $y=x-2$ ⑤ $y=-2x$

해설

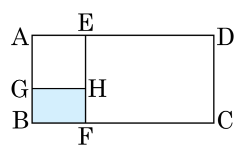
$2y=x-4 \Rightarrow y=\frac{1}{2}x-2$

따라서 구하는 직선의 방정식의

기울기는 -2 이고 점 $(2,\ -4)$ 를 지나므로

$y+4=-2(x-2)$, $y=-2x$

5. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{\mathrm{AD}} = a$, $\overline{\mathrm{AB}} = b$일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



① $a^2 - 2ab - b^2$
② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$
④ $-a^2 + 3ab - b^2$
⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$\square\mathrm{GBFH} = \square\mathrm{ABCD} - \square\mathrm{AGHE} - \square\mathrm{EFCD}$
$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$
$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

6. $2x^2-3x-2=a(x-1)(x+2)+bx(x+2)+cx(x-1)$이 x에 대한 항등식이 되도록 a, b, c의 값을 정하면?

① $a=1$, $b=-1$, $c=2$
② $a=-1$, $b=1$, $c=-2$
③ $a=1$, $b=1$, $c=2$
④ $a=-1$, $b=-1$, $c=-2$
⑤ $a=1$, $b=-1$, $c=-2$

해설

수치대입법을 이용한다.
$x=0$을 대입 $-2=-2a$ $\therefore$ $a=1$
$x=1$을 대입 $-3=3b$ $\therefore$ $b=-1$
$x=-2$를 대입 $12=6c$ $\therefore$ $c=2$

7. 다음 중 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 \geq 9 \\ 4x-16 < 3x-4 \end{cases}$ 의 해가 되는 것을 모두 고르면?

① 1 ② 5 ③ 7 ④ 12 ⑤ 13

해설
$2x-1 \geq 9,\ x \geq 5$
$4x-16 < 3x-4,\ x < 12$
$\therefore\ 5 \leq x < 12$
따라서 해당되는 x의 값은 ②, ③이다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} 0.2x+1 \geq 0.7x \\ \dfrac{x}{2}-1 > \dfrac{x}{6}+\dfrac{1}{3} \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 x의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 없다.

해설

(ⅰ) $0.2x+1 \geq 0.7x$, $x \leq 2$

(ⅱ) $\dfrac{x}{2}-1 > \dfrac{x}{6}+\dfrac{1}{3}$, $3x-6 > x+2$

$\therefore\ x > 4$

따라서 연립부등식을 만족시키는 정수는 없다.

9. 다음 중 가장 큰 수는?

① $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$　② $\dfrac{2\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}$　③ $\dfrac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{4}$
④ $\dfrac{4\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5}$　⑤ $\dfrac{5\sqrt{2}+\sqrt{3}}{6}$

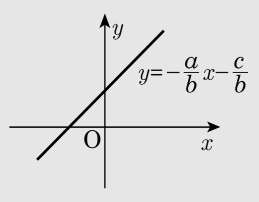
해설

내분점의 성질을 이용하면 $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$ 이 가장 크다.

10. $ab < 0,\ ac > 0$일 때, 직선 $ax+by+c=0$이 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1, 2 사분면 ② 제 1, 3 사분면 ③ 제 2, 4 사분면
④ 제 2 사분면 ⑤ 제 4 사분면

해설



$ab < 0,\ ac > 0$이므로 $b \neq 0$ 이다.
따라서, 주어진 직선의 방정식을 b로 나누어 정리하면
$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$
(기울기) $= -\frac{a}{b} > 0$
한편, $ab < 0,\ ac > 0$이므로
$ab \cdot ac = a^2bc < 0$
따라서 $bc < 0$
(y 절편) $= -\frac{c}{b} > 0$
따라서, 주어진 직선은 제 1, 2, 3 사분면을 지나고 제4 사분면은 지나지 않는다.

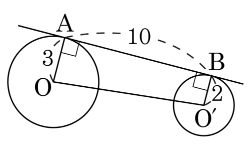
11. 세 점 A(1, 2), B(2, −3), C(4, 5)를 꼭짓점으로 하는 △ABC 에 대하여 점 A를 지나고, △ABC의 넓이를 이등분하는 직선의 방정식은?

① $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$　② $y=\frac{1}{2}x+5$　③ $y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$
④ $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$　⑤ $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

해설

점 A를 지나고 △ABC의 넓이를 이등분하려면
직선이 $\overline{BC}$의 중점을 지나야 한다.
$\overline{BC}$ 의 중점은 $\left(\frac{2+4}{2},\ \frac{-3+5}{2}\right)$, 즉 (3, 1) 이므로
두 점 (1, 2), (3, 1) 을 지나는 직선의 방정식은
$y-2=\frac{1-2}{3-1}(x-1)$
$\therefore\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

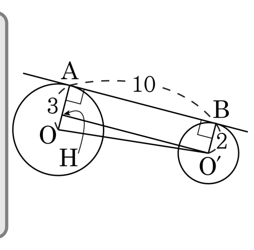
12. 다음 그림의 두 원 O, O′ 에서 공통접선 AB 의 길이가 10 이고, 두 원의 반지름의 길이가 각각 3, 2 일 때, 두 원의 중심거리는?



① $\sqrt{101}$ ② $\sqrt{103}$ ③ $\sqrt{105}$ ④ $\sqrt{106}$ ⑤ $\sqrt{107}$

해설

중심 O′ 에서 선분 AO 에 내린 수선의 발을 H 라 하면,
직각삼각형 OO′H 에서
$\overline{OO'} = \sqrt{10^2 + (3-2)^2} = \sqrt{101}$



13. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 16 ② 20 ③ 36 ④ 55 ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a, 넓이를 b 라 하면

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a) \\ &= -a^2 + 8a \\ &= -(a^2 - 8a + 16 - 16) \\ &= -(a - 4)^2 + 16 \end{aligned}$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

14. $x = \dfrac{3+i}{1-i}$ 일 때, $x^3 - 3x^2 + 2x + 4$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $4 - 10i$　② $-3 - 10i$　③ $-4 + 10i$

④ $4 + 10i$　⑤ $3 + 10i$

해설

$x = \dfrac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \dfrac{2+4i}{2} = 1 + 2i$

$x^2 = (1+2i)^2 = -3 + 4i$

$x^3 = (-3+4i)(1+2i) = -11 - 2i$

$x^3 - 3x^2 + 2x + 4 = (-11-2i) - 3(-3+4i) + 2(1+2i) + 4 = 4 - 10i$

해설

$x = \dfrac{(3+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \dfrac{2+4i}{2} = 1 + 2i$ 에서 $x - 1 = 2i$

$(x-1)^2 = (2i)^2 = -4$

$x^2 - 2x + 5 = 0,$

$x^3 - 3x^2 + 2x + 4$

$= x(x^2 - 2x + 5) - x^2 - 3x + 4$

$= -(2x - 5) - 3x + 4$

$= -5x + 9 = -5(1 + 2i) + 9$

$= 4 - 10i$

15. 삼차방정식 $x^3-6x^2-7x-5=0$의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma)$ 의 값은?

① -15　② 16　③ -16　④ 17　⑤ -17

해설

$(1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1-(\alpha+\beta+\gamma)+(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$
근과 계수와의 관계에 의해
$\alpha+\beta+\gamma = 6,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha = -7,\ \alpha\beta\gamma = 5$
$\therefore \quad (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1-6-7-5 = -17$

해설

$f(x) = x^3-6x^2-7x-5 = (x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma) = 0$이므로
$f(1) = (1-\alpha)(1-\beta)(1-\gamma) = 1-6-7-5 = -17$

16. 삼차방정식 $2x^3 + px^2 + qx - 5 = 0$ 의 한 근이 $1 - 2i$ 일 때 $p + q$ 의 값은?(단, p, q 는 실수)

① 7　　② -7　　③ 6　　④ -6　　⑤ 11

해설

한 근이 $1-2i$이므로 다른 두 근을 $1+2i, \alpha$ 라 하면 세 근의 곱 :

$(1-2i)(1+2i)\alpha = \frac{5}{2}$

$\therefore \ \alpha = \frac{1}{2}$

세 근의 합 : $-\frac{p}{2} = (1-2i) + (1+2i) + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$\therefore \ p = -5$

두근끼리 곱의 합 : $\frac{q}{2} = (1-2i)(1+2i) + (1-2i+1+2i) \cdot \frac{1}{2} = 6$

$\therefore \ q = 12$

$\therefore \ p + q = 7$

해설

한 근이 $1 - 2i$ 이므로 다른 한 근은 $1 + 2i$

근과 계수의 관계에서 $x^2 - 2x + 5 = 0$

나머지 일차식을 $2x + a$ 라고 하면

$2x^3 + px^2 + qx - 5 = (2x + a)(x^2 - 2x + 5)$ 에서

$a = -1$ 이므로 대입하여 정리하면

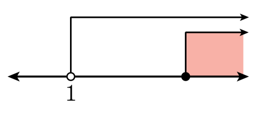
$p = -5, \ q = 12$

$\therefore \ p + q = 7$

17. 연립부등식

$$\begin{cases} 4x-3 \geq a \\ x+5>6 \end{cases}$$

의 해가 다음과 같을 때, 상수



a의 범위는?

① $a>-3$　② $a>-1$　③ $a>1$

④ $a>3$　⑤ $a>5$

해설

$$\begin{cases} 4x-3 \geq a \\ x+5>6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \dfrac{a+3}{4} \\ x>1 \end{cases}$$

$\dfrac{a+3}{4}>1,\ a+3>4$

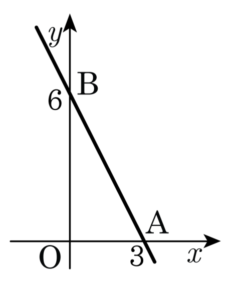
$\therefore\ a>1$

18. 어떤 삼각형의 세변의 길이가 a, $a+4$, $a+6$ 이라고 할 때, 가능한 a의 범위로 옳은 것은?

① $a<2$　② $a>2$　③ $0<a<2$
④ $0\le a<2$　⑤ $0<a\le 2$

해설
삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+6<a+(a+4)$
이고 정리하면 $a>2$ 이다.

19. x축, y축 및 직선 $y = -2x + 6$으로 둘러싸인 $\triangle$OAB의 넓이를 3등분하고, 원점을 지나는 두 직선의 방정식은 $y = ax$와 $y = bx$이다. 이 때, $a + b$의 값은?

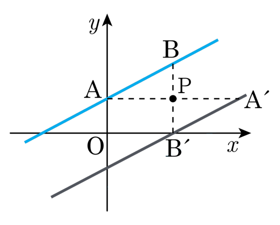


① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

원점을 지나며 $\triangle$OAB의 넓이를 3등분하는 직선은
$\overline{\text{AB}}$를 1 : 2로 내분하는 점과
2 : 1로 내분하는 점 $(2,\ 2)$와 $(1,\ 4)$를 각각 지난다.
두 점 $(0,\ 0)$, $(2,\ 2)$를 지나는 직선의 방정식은 $y = x$이고,
두 점 $(0,\ 0)$, $(1,\ 4)$를 지나는 직선의 방정식은 $y = 4x$이다.
그러므로 $a + b = 1 + 4 = 5$

20. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 한 점 P 에 대한 두 점 A, B 의 대칭점은 각각 A′, B′ 이고, 직선 AB 의 방정식은 $x-2y+4=0$ 이라 한다. 점 A′ 의 좌표가 $(3,1)$, 직선 A′B′ 의 방정식이 $y=ax+b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱은?



① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

두 점 A′, B′ 은 각각 점 P 에 대한 두 점 A, B 의 대칭점이므로 직선 A′B′ 은 직선 AB 의 점대칭도형이다.
즉, $\triangle APB \equiv \triangle A'PB'$ 에서
$\angle ABP = \angle A'B'P$ (엇각) 이므로
$\overleftrightarrow{AB} \,//\, \overleftrightarrow{A'B'}$
따라서, 직선 A′B′ 의 기울기는 직선 AB 의 기울기인 $\frac{1}{2}$ 과 같다.
또, 직선 A′B′ 은 점 A′ $(3,1)$ 을 지나므로 직선 A′B′ 의 방정식은
$y-1=\frac{1}{2}(x-3)$
$\therefore y=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$
따라서, $a=\frac{1}{2}, b=-\frac{1}{2}$ 이므로
$ab=-\frac{1}{4}$