

1. $3ax^2 - 6ax - 9a$ 의 인수가 아닌 것은?

① $3a$

② $x - 3$

③ $x + 1$

④ $3x - 1$

⑤ a

해설

$$\begin{aligned} 3ax^2 - 6ax - 9a &= 3a(x^2 - 2x - 3) \\ &= 3a(x - 3)(x + 1) \end{aligned}$$

2. 다음 식이 완전제곱식이 되도록 안에 알맞은 수를 넣을 때,

안의 수가 가장 큰 것은?

① $x^2 - 12x + \square$

② $4x^2 - \square x + 25$

③ $9x^2 + \square x + 1$

④ $x^2 + 18x + \square$

⑤ $x^2 - \square x + 100$

해설

① $\square = \left(\frac{12}{2}\right)^2 = 36$

② $\square = 2 \times 2 \times 5 = 20$

③ $\square = 2 \times 3 \times 1 = 6$

④ $\square = \left(\frac{18}{2}\right)^2 = 81$

⑤ $\square = 2 \times 10 = 20$

3. 다음 중 $x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6}$ 과 $x^2 - x + \frac{1}{4}$ 의 공통인 인수가 되는 것은?

- ① $x + \frac{1}{2}$ ② $x - \frac{1}{2}$ ③ $x + 1$ ④ $x - 1$ ⑤ $x + \frac{1}{3}$

해설

$$x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} = \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{3}\right)$$

$$x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$$

4. x 에 관한 이차식 $x^2 + ax + 4$ 의 한 인수가 $x + 1$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

다른 인수를 $x + A$ 라 하면,

$$\begin{aligned}(x + 1)(x + A) &= x^2 + (A + 1)x + A \\ &= x^2 + ax + 4\end{aligned}$$

$$A = 4$$

$$\therefore a = 1 + A = 1 + 4 = 5$$

5. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $2a^2 - 4a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x = a$ 를 대입하면 $2a^2 - 4a - 3 = 0$

$\therefore 2a^2 - 4a = 3$

6. 다음 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = 10$

② $x = -1$ 또는 $x = -10$

③ $x = 2$ 또는 $x = 5$

④ $x = -2$ 또는 $x = 5$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -5$

해설

$$x^2 + 3x - 10 = (x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

7. -1 은 이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 0$ 과 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인해이다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25

② 27

③ 29

④ 31

⑤ 33

해설

각 이차방정식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^2 - a + 1 = 0, \quad a = 2$$

$$2 \times (-1)^2 + 3 + b = 0 \quad b = -5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-5)^2 = 29$$

8. 다음 이차방정식을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

$x^2 - 4x + 1 = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 - 4x = -1, x^2 - 4x + 4 = -1 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 3$$

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore a + b = 1$$

9. $(3x - 2y)(4x - 3y) = ax^2 + bxy + cy^2$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(3x - 2y)(4x - 3y) = 12x^2 - 17xy + 6y^2$$

$$\therefore a + b + c = 12 - 17 + 6 = 1$$

10. 수학 수업시간에 민지는 선생님께서 칠판에 적어준 이차식을 잘못보고 다음과 같이 필기하였다. 선생님께서 처음에 적어주신 이차식을 바르게 인수분해하면?

(가) 민지는 x 항의 계수와 상수항을 바꾸어 필기하였다.
(나) 경돈이는 민지의 노트를 보고 필기를 하다가 x 의 계수의 부호를 반대로 하였더니 $x^2 - 8x + 6$ 이었다.

- ① $(x + 1)(x + 2)$ ② $(x + 2)(x + 3)$ ③ $(x + 2)(x + 4)$
- ④ $(x + 3)(x + 5)$ ⑤ $(x + 2)(x + 6)$

해설

$x^2 - 8x + 6 \rightarrow x^2 + 8x + 6 \rightarrow x^2 + 6x + 8 \rightarrow (x + 2)(x + 4)$

11. A 의 모임은 24로 나눌 때 나머지가 2인 자연수이고, B 의 모임은 15로 나눌 때 나머지가 2인 자연수일 때, A 와 B 의 공통부분에서 가장 작은 세 자리의 수는?

① 120 ② 121 ③ 122 ④ 123 ⑤ 124

해설

A 와 B 의 공통된 부분에서 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다.
따라서 24, 15의 최소공배수는 120 이므로 구하는 수는 122 이다.

12. 다음 등식 중에서 이차방정식이 아닌 것을 모두 고르면?

- ㉠ $x^2 = 0$

㉡ $x^2 = 8x$

㉢ $x^2 + 4x = x - 3$

㉣ $(x - 2)^2 = 25$

㉤ $(x + 1)^2 + 4 = x^2$

㉥ $(x + 1)(x - 4) = x^2(x + 2)$

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉣, ㉥

⑤ ㉡, ㉥

해설

㉣ $x^2 + 2x + 1 + 4 = x^2$
 $2x + 5 = 0$: 일차방정식

㉤ $x^2 - 3x - 4 = x^3 + 2x^2$
 $x^3 + x^2 + 3x + 4 = 0$: 삼차방정식

13. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3)=0$

② $x^2+2x=0$

③ $3x^2+x-1=0$

④ $x^2-6x+5=0$

⑤ $2x^2-8=0$

해설

④ $x=1$ 또는 $x=5$ 일 때 성립하므로 모두 양수이다.

14. 정수 x 의 값의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = -1$

② $x = 1$

③ $x = 2$

④ $x = 1$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = -2$ 또는 $x = 1$

해설

x 의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$ 이므로 방정식에 대입하면 성립하는 것은 $x = -1$ 이다.

15. 이차방정식 $x^2 - 3x + k = 0$ 의 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 일 때, k 의 값은?

① $\sqrt{2} - 2$

② $2\sqrt{2} - 2$

③ $3\sqrt{2} - 2$

④ $4\sqrt{2} - 2$

⑤ $5\sqrt{2} - 2$

해설

$x^2 - 3x + k = 0$ 의 한 근이 $x = 3 - \sqrt{2}$ 이므로,

$x = 3 - \sqrt{2}$ 를 $x^2 - 3x + k = 0$ 에 대입하면

$$(3 - \sqrt{2})^2 - 3(3 - \sqrt{2}) + k = 0$$

$$9 - 6\sqrt{2} + 2 - 9 + 3\sqrt{2} + k = 0$$

$$-3\sqrt{2} + 2 + k = 0$$

$$\therefore k = -2 + 3\sqrt{2}$$

16. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 m 이라고 할 때, $m + \frac{1}{m}$ 의 값은?

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

한 근 $x = m$ 을 대입하면 $m^2 - 3m + 1 = 0$

양변을 m 으로 나누면 $m - 3 + \frac{1}{m} = 0$

$\therefore m + \frac{1}{m} = 3$

17. x 에 관한 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2(a+1) = 0$ 의 한 근이 3일 때, 두 근의 곱은? (a 는 정수)

① 2

② 3

③ 2, 3

④ -6

⑤ 6

해설

$x = 3$ 을 대입하면 $3a^2 - 11a + 10 = 0$

인수분해하면 $(3a-5)(a-2) = 0$

$a = 2$ ($\because a$ 는 정수)

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 을 인수분해하면 $(x-3)(x-2) = 0$

$x = 3$ 또는 $x = 2$

따라서 두 근의 곱은 6이다.

18. 다음은 여러 개의 사각형을 이용하여 하나의 큰 정사각형을 만든 것이다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

x^2	x	x
x	1	1
x	1	1

▶ 답 :

▷ 정답 : $x + 2$

해설

총 넓이는 $x^2 + 4x + 4$
 $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
따라서 한 변의 길이는 $(x + 2)$

19. 길이가 52 cm 인 끈을 적당히 두 개로 잘라 한 변의 길이가 각각 a cm 와 b cm 인 정사각형 두 개를 만들었다. 이 때, 두 정사각형의 넓이의 합이 109 cm^2 일 때, 넓이의 차를 구하면? (단, $a > b > 0$)

① 7 cm^2

② 13 cm^2

③ 25 cm^2

④ 49 cm^2

⑤ 91 cm^2

해설

$$4a + 4b = 52 \text{ 이므로 } a + b = 13$$

$$a^2 + b^2 = 109$$

$$(a + b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

$$109 = 169 - 2ab$$

$$\therefore ab = 30$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 169 - 120 = 49$$

$$a - b > 0, a - b = 7$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 13 \times 7 = 91$$

20. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x - 3)(x + 1) = 0$
 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로
 $m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로
 $x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면
 $a = -4, b = 0$ 이다.
따라서 $ab = 0$ 이다.

21. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 완전제곱식으로 풀고 두 근 중에서 작은 근을 m , 큰 근을 n 이라 할 때, $a < m < a + 1$, $b < n < b + 1$ 을 만족하는 정수 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

양변을 2 로 나누면 $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = 0$ 이고 $x^2 - 2x = \frac{3}{2}$, 양변에 1 을 더하면

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{3}{2} + 1, (x - 1)^2 = \frac{5}{2}, x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2} \text{ 이다.}$$

작은 근 $\frac{2 - \sqrt{10}}{2} = m$ 이고, $-1 < m < 0$ 이므로 $a = -1$ 이다.

큰 근 $\frac{2 + \sqrt{10}}{2} = n$ 이고, $2 < n < 3$ 이므로 $b = 2$ 이다.

따라서 $a = -1, b = 2$ 이다.

22. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$(x-1)^2 = 3-k, x-1 = \pm\sqrt{3-k}$
 $\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$
음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.
 $3 > k$: 근이 0개
 $k = 3$: 근이 1개
 $3 < k$: 근이 2개

23. 다항식 $2x^2 - 5xy - 3y^2 + 5x + 13y - 12$ 가 $(x + ay + b)(cx + y + d)$ 로 인수분해 될 때, $ab - cd$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab - cd = -6$

해설

x 에 관하여 내림차순으로 정리하면
(준식) $= 2x^2 + (-5y + 5)x - 3y^2 + 13y - 12$
 $= 2x^2 + (-5y + 5)x - (y - 3)(3y - 4)$

1	$\searrow$	$-(3y-4)$	$\rightarrow$	$-6y+8$
2	$\swarrow$	$y-3$	$\rightarrow$	$\frac{y-3}{-5y+5}$ (+

$= (x - 3y + 4)(2x + y - 3)$

$a = -3, b = 4, c = 2, d = -3$
 $\therefore ab - cd = -12 - (-6) = -6$

24. 다음을 계산하여라.

$$20^2 - 21^2 + 22^2 - 23^2 + 24^2 - 25^2$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -135

해설

$$\begin{aligned} & 20^2 - 21^2 + 22^2 - 23^2 + 24^2 - 25^2 \\ &= (20 + 21)(20 - 21) + (22 + 23)(22 - 23) \\ &\quad + (24 + 25)(24 - 25) \\ &= 41 \times (-1) + 45 \times (-1) + 49 \times (-1) = -135 \end{aligned}$$

25. $50\left(1-\frac{1}{2^2}\right)\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\left(1-\frac{1}{4^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{10^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55}{2}$

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned}&= 50\left\{\left(1-\frac{1}{2}\right)\left(1+\frac{1}{2}\right)\right\}\left\{\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{3}\right)\right\} \\&\cdots\left\{\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{9}\right)\right\}\left\{\left(1-\frac{1}{10}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)\right\} \\&= 50\left(\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\right)\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\right)\times\left(\frac{3}{4}\times\frac{5}{4}\right)\times \\&\cdots\left(\frac{7}{8}\times\frac{9}{8}\right)\times\left(\frac{8}{9}\times\frac{10}{9}\right)\times\left(\frac{9}{10}\times\frac{11}{10}\right) \\&= 50\times\frac{1}{2}\times\frac{11}{10} \\&= \frac{55}{2}\end{aligned}$$