

1. A 의 모임은 24로 나눌 때 나머지가 2인 자연수이고, B 의 모임은 15로 나눌 때 나머지가 2인 자연수일 때, A 와 B 의 공통부분에서 가장 작은 세 자리의 수는?

① 120 ② 121 ③ 122 ④ 123 ⑤ 124

해설

A 와 B 의 공통된 부분에서 가장 작은 수는 24와 15의 최소공배수보다 2가 더 큰 수이다.
따라서 24, 15의 최소공배수는 120 이므로 구하는 수는 122 이다.

2. 다음 등식 중에서 이차방정식은?

① $2(x+4)^2 = (x-1)^2 + (x+1)^2$

② $x^2 - 3x = x^2 + 7x$

③ $(x-2)^2 + 1 = x^2$

④ $(x-4)(x+3) = x^2 - 5$

⑤ $5x^2 = 4x - 1$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 꼴이므로

① $16x + 30 = 0$: 일차방정식

② $10x = 0$: 일차방정식

③ $4x - 5 = 0$: 일차방정식

④ $x + 7 = 0$: 일차방정식

3. 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 + b = 0$ 의 한 근이 2 일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}x &= 2 \text{ 일 때, } b = 0 \\x^2 + 3x - 10 &= 0 \\(x + 5)(x - 2) &= 0 \\\therefore x &= -5 \text{ 또는 } x = 2\end{aligned}$$

4. $5x + 2 \leq 4x + 5$ 이고 x 는 자연수 일 때, 다음 이차방정식을 풀면?

$x^2 - 6x + 5 = 0$

- ① $x = 1, x = 3$ ② $x = 1, x = 5$ ③ $x = 1$
- ④ $x = 2, x = 3$ ⑤ $x = 2, x = 5$

해설

$5x + 2 \leq 4x + 5$ 에서 $x \leq 3$ 이다.
따라서 x 의 값은 1, 2, 3이다.
 $x^2 - 6x + 5 = 0$ 를 만족하는 x 의 값은 $x = 1, x = 5$ 이므로
이차방정식의 해는 $x = 1$ 이다.

5. 다음 중 $\left(\frac{7}{3}x - 14\right)(2y + 8) = 0$ 을 만족하는 것의 개수는?

㉠ $x = 6, y = -4$	㉡ $x = 6, y = 4$
㉢ $x = -6, y = -4$	㉣ $x = -6, y = 4$
㉤ $x = 4, y = 6$	㉥ $x = -4, y = 6$

- ① 한 개도 없다.
- ② 2 개
- ③ 3 개
- ④ 5 개
- ⑤ 6 개

해설

$\frac{7}{3}x - 14 = 0$ 또는 $2y + 8 = 0$ 이므로
 $x = 6$ 또는 $y = -4$ 인 것을 찾으면
 $x = 6$ 인 것은 ㉠, ㉡
 $y = -4$ 인 것은 ㉠, ㉢
따라서 만족하는 것의 개수는 ㉠, ㉡, ㉢이므로
3개이다.

6. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x - 5)(x - 3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a + 2 = 7, b + 2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x - 7)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

7. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=29$

해설

한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면

$$4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$$

$$2m^2 + 10m - 12 = 0$$

$$m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$(m+6)(m-1) = 0$$

$$m = -6 \text{ 또는 } m = 1$$

i) $m=1$ 일 때,

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ } (-2 < 0 \text{ 이므로 부적합})$$

ii) $m=-6$ 일 때,

$$-5x^2 + 14x - 8 = 0$$

$$5x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$(x-2)(5x-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m=-6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$

$$\therefore a=24, b=5$$

$$\therefore a+b=15+2=29$$

8. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px + ap + q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = 2$ 를 대입하면
 $4a + 2p + ap + q = 0$
 $(4 + p)a + 2p + q = 0$
 a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로
 $4 + p = 0, 2p + q = 0$
 $p = -4, 2p + q = 0, q = 8$
 $\therefore p + q = -4 + 8 = 4$

9. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{의 양변에 } x \text{를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$

10. 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 의 한 근 p 가 $1 - \frac{2}{p^2} + \frac{a}{p} + \frac{2}{p} = 0$ 을 만족할 때, ap 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = p$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$p^2 + ap + 2 = 0, p^2 + ap = -2 \cdots \textcircled{A}$$

$1 - \frac{2}{p^2} + \frac{a}{p} + \frac{2}{p} = 0$ 의 양변에 p^2 을 곱하면

$$p^2 - 2 + ap + 2p = 0, p^2 + ap = 2 - 2p \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } -2 = 2 - 2p \quad \therefore p = 2$$

$p = 2$ 를 $\textcircled{A}$ 에 대입하면

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore ap = (-3) \times 2 = -6$$