

1. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$
 ㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{3}$
 ㉢ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$
 ㉤ $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24} = 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉢

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $\frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{6}}{2} - 2\sqrt{6} = \frac{5\sqrt{6}}{6} - 2\sqrt{6} = -\frac{7\sqrt{6}}{6}$
 ㉡ $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 $= 4\sqrt{2} - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 $= 2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}$
 ㉢ $\frac{3\sqrt{2}}{4} - 3\sqrt{2} + \sqrt{32} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \sqrt{2} = \frac{7\sqrt{2}}{4}$
 ㉤ $\sqrt{192} - \sqrt{54} - \sqrt{108} + \sqrt{24}$
 $= 8\sqrt{3} - 3\sqrt{6} - 6\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$
 $= 2\sqrt{3} - \sqrt{6}$

2. $\sqrt{3}(3 - 5\sqrt{2}) - 5(2\sqrt{6} - \sqrt{3}) = a\sqrt{3} + b\sqrt{6}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, a, b 는 유리수이다.)

① -7 ② 7 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

$$3\sqrt{3} - 5\sqrt{6} - 10\sqrt{6} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3} - 15\sqrt{6}$$

$$\therefore a + b = 8 - 15 = -7$$

3. $\sqrt{17}+1$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① $-7 + \sqrt{17}$ ② $-7 + 2\sqrt{17}$ ③ $-7 + 3\sqrt{17}$

④ $-7 + 4\sqrt{17}$ ⑤ $-7 + 5\sqrt{17}$

해설

$4 < \sqrt{17} < 5$ 이고 $5 < \sqrt{17} + 1 < 6$ 이므로

$$a = 5, b = \sqrt{17} + 1 - 5 = \sqrt{17} - 4$$

$$\therefore a + 3b = 5 + 3(\sqrt{17} - 4) = -7 + 3\sqrt{17}$$

4. $x - \frac{1}{x} = 1$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

- ① $\pm\sqrt{5}$ ② ± 4 ③ ± 1 ④ 2 ⑤ -4

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 = 1 + 4 = 5$$

$$x + \frac{1}{x} = \pm\sqrt{5}$$

$$x^2 - \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right) \\ = 1 \times (\pm\sqrt{5}) = \pm\sqrt{5}$$

5. 이차방정식 $x^2+x-20=0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $(2a+b)^2-(a+b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$x^2+x-20=0, (x+5)(x-4)=0$$

$$x=-5 \text{ 또는 } x=4$$

$$a=4, b=-5$$

$$\begin{aligned} \therefore (2a+b)^2-(a+b)^2 &= (2 \times 4 - 5)^2 - (4 - 5)^2 \\ &= 9 - 1 = 8 \end{aligned}$$

6. 이차방정식 $x^2 + ax - 20 = 0$ 의 한 근이 5 이고, 다른 한 근은 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 44 ② -44 ③ 45 ④ -45 ⑤ -50

해설

$x = 5$ 를 $x^2 + ax - 20 = 0$ 에 대입하면

$$25 + 5a - 20 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

$$x^2 - x - 20 = (x - 5)(x + 4) = 0$$

따라서 다른 한 근은 $x = -4$ 이다.

$x = -4$ 를 $2x^2 - 3x + b = 0$ 에 대입하면

$$32 + 12 + b = 0 \text{ 이다.}$$

$$\therefore b = -44$$

$$\therefore a + b = -1 + (-44) = -45$$

7. 이차방정식 $-3(x+b)^2 = 0$ 의 근의 개수가 m 개이고 근이 $m+2$ 일 때, b 의 값은?

- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$-3(x+b)^2 = 0$ 은 $x = -b$ 의 중근이므로 근의 개수 $m = 1$ 이다.
근이 $m+2 = 1+2 = 3$ 이므로 $b = -3$ 이다.

8. $x^2 = 4$, $y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 0 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}x &= \pm 2, y = \pm 3 \\x - y &= -1, 5, -5, 1 \\ \therefore M - m &= 5 - (-5) = 10\end{aligned}$$

9. 다음 수 중 가장 작은 수를 x , 가장 큰 수를 y 라고 할 때 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \frac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{6}, -\sqrt{\frac{3}{4}}$$

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가장 큰 수는 $\sqrt{6}$

가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$

$$\therefore x^2 + y^2 = (-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 = 2 + 6 = 8$$

10. a 는 유리수, b 는 무리수일 때, 다음 중 그 값이 항상 무리수인 것은?

① $\sqrt{a} + b$

② $\frac{b}{a}$

③ $a^2 - b^2$

④ ab

⑤ $\frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $a = 2, b = -\sqrt{2}$ 일 때, $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ 이므로 유리수이다.

③ $b = \sqrt{2}$ 일 때, $b^2 = 2$ 이므로 $a^2 - b^2$ 는 유리수이다.

④ $a = 0$ 일 때, $ab = 0$ 이므로 유리수이다.

⑤ $a = 2, b = \sqrt{8}$ 일 때, $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$ 이므로 유리수이다.

11. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{5}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$
$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

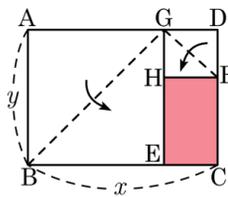
12. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{40} - 1$ ② $\sqrt{40} + 1$ ③ $\sqrt{41} - 1$
④ $\sqrt{41} + 1$ ⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2} \\ f(2) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(3) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \dots \\ f(39) &= \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40} \\ f(40) &= \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41} \\ \therefore f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(39) + f(40) \\ &= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \dots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41} \end{aligned}$$

13. 가로 길이가 $x\text{cm}$, 세로 길이가 $y\text{cm}$ ($x > y$)인 직사각형 ABCD를 다음 그림과 같이 \overline{AB} 를 \overline{EB} 에, \overline{GD} 를 \overline{GH} 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF의 넓이를 나타내는 식을 구하면?



- ① $(-x^2 + 2y^2)\text{cm}^2$ ② $(-x^2 - 2y^2)\text{cm}^2$
 ③ $(-x^2 + 3xy - 2y^2)\text{cm}^2$ ④ $(-x^2 + 6xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ⑤ $(-x^2 + 9xy - 2y^2)\text{cm}^2$

해설

\overline{AB} 를 \overline{EB} 에, \overline{GD} 를 \overline{GH} 에 겹치도록 접었다는 것은 $\square ABEG$ 와 $\square GHFD$ 가 정사각형이라는 뜻이다.
 \overline{GD} 의 길이는 $x - y$ 이고, $\square GHFD$ 이 정사각형이므로 \overline{GH} 길이도 $x - y$ 이다.
 따라서 \overline{HE} 의 길이는 $y - (x - y) = -x + 2y$ 이다.
 사각형 HECF의 넓이는 $(x - y)(-x + 2y) = -x^2 + 3xy - 2y^2$ 이 된다.

14. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}x+2 &= A, \quad 3x-1 = B \text{로 치환하면} \\2A^2 + AB - B^2 &= (2A-B)(A+B) \\&= (2x+4-3x+1)(x+2+3x-1) \\&= -(x-5)(4x+1) \\ \therefore ab+cd &= 1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1\end{aligned}$$

15. $x^{16} - 1$ 의 인수 $x^m + 1$ 에 대해 m 이 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & x^{16} - 1 \\ &= (x^8 + 1)(x^8 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^4 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x^2 - 1) \\ &= (x^8 + 1)(x^4 + 1)(x^2 + 1)(x + 1)(x - 1) \end{aligned}$$

이므로 m 이 될 수 있는 것은 1, 2, 4, 8이다.

16. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - 3a + 1 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 로 나누면 } a - 3 + \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

17. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -25 ② -10 ③ 1 ④ 10 ⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

18. $x^2 - x + 3 = 4$ 이고 $x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

해설

$$x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}} \text{에서}$$

$$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \dots}}} = \sqrt{a + x} = x \text{ 이므로}$$

$$a + x = x^2, x^2 - x = a$$

$$x^2 - x + 3 = 4 \text{ 이므로}$$

$$a + 3 = 4$$

$$\therefore a = 1$$

19. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$$

$$xy = 30$$

$$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6), \\ (6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$$

20. 유리수 a, b, c 에 대하여 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $f(0) = 3$, $f(\sqrt{3}) = 4 - \sqrt{3}$ 을 만족할 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{7}{3}$

해설

$$f(0) = 3 \text{ 이므로 } c = 3$$

$$f(\sqrt{3}) = (3a + c) + b\sqrt{3} = 4 - \sqrt{3}$$

$$3a + c = 4 \therefore a = \frac{1}{3}$$

$$\therefore b = -1$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{1}{3}x^2 - x + 3 \text{ 이므로 } f(1) = \frac{1}{3} - 1 + 3 = \frac{7}{3} \text{ 이다.}$$

21. $x+y+z=1$, $x^2+y^2+z^2=5$ 일 때, $xy+yz+zx$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \text{ 이므로 } 5 = 1 - 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore (xy + yz + zx) = -2$$

22. $a^2 + b^2 = 1$, $c^2 + d^2 = 8$, $ac + bd = 2$ 일 때, $|bc - ad|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) &= 8 \text{ 이므로} \\ a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2 &= 8 \\ (bc - ad)^2 &= b^2c^2 + a^2d^2 - 2abcd \\ &= (8 - a^2c^2 - b^2d^2) - 2abcd \\ &= 8 - (ac + bd)^2 \\ &= 4\end{aligned}$$

$$\therefore bc - ad = \pm 2$$

$$\therefore |bc - ad| = 2$$

23. $x^2 - y^2 - 7x - 3y + a$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 의 값을 구하여라. (단, a 는 정수)

▶ 답:

▷ 정답: $a = 10$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 - 7x - 3y + a \\&= (x + y + \alpha)(x - y + \beta) \\&= x^2 - y^2 + (\alpha + \beta)x + (-\alpha + \beta)y + a\beta\end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \alpha + \beta = -7 \\ +) -\alpha + \beta = -3 \\ \hline 2\beta = -10 \end{array}$$

$$\beta = -5, \alpha = -2$$

$$\therefore a = a\beta = (-2) \times (-5) = 10$$

24. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $2x^4 + 3x^2 + x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{ 이므로}$$

$$x^2 = -x - 1$$

$$x^4 = (-x - 1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$= (-x - 1) + 2x + 1 = x$$

$$2x^4 + 3x^2 + x = 2x + 3(-x - 1) + x$$

$$= 2x - 3x - 3 + x = -3$$

25. x 에 관한 이차방정식 $2ax^2 + px - ap + 4q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 1$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$x = 1$ 을 대입하면

$$2a + p - ap + 4q = 0$$

$$(2 - p)a + p + 4q = 0$$

a 의 값에 관계없이 항상 성립하므로

$$2 - p = 0, p + 4q = 0$$

$$p = 2, p + 4q = 0, 4q = -2, q = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore p + q = 2 - \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$