

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\{2, 3, 4\} \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
- ② $\{1, 2, 3\} \subset \{x \mid x \text{는 } 1 < x < 5 \text{인 자연수}\}$
- ③ $\{1, 3\} \not\subset \{0, 1, 3, 9\}$
- ④ $\{1, 2, 3, 4, 5\} \subset \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} \subset \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{2, 3, 4\} \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
 $\{2, 3, 4\} \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\} \subset \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
 $\{6, 12, 18, \dots\} \subset \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\}$

2. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 를 구한 것이다. 빈 칸에 들어갈 알맞은 원소를 차례대로 쓴 것을 골라라.

$A = \{x|x \text{는 알파벳의 모음}\}$

$B = \{x|x \text{는 단어 } apple \text{에 들어 있는 모음}\}$

$A \cap B = \{a, \square\}$

$A \cup B = \{a, e, i, l, \square, o, u\}$

- ① e, p ② l, p ③ o, u ④ e, o ⑤ p, e

해설

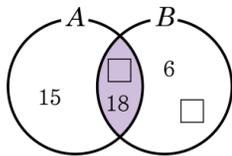
$A = \{a, e, i, o, u\}$, $B = \{a, e, l, p\}$

$A \cap B = \{a, e\}$, $A \cup B = \{a, e, i, l, p, o, u\}$

3. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}, 10 < x < 20\}$,

$B = \{6, 12, 18, 24\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 안에 알맞은 수를 왼쪽부터 차례대로 쓰시오.



▶ 답:

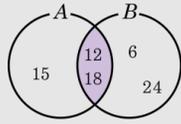
▶ 답:

▶ 정답: 12

▶ 정답: 24

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}, 10 < x < 20\} = \{12, 15, 18\}$, $B = \{6, 12, 18, 24\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



4. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 A^c 은?

① $\{3, 5, 6, 7\}$

② $\{2, 4, 6, 8\}$

③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

④ $\{1, 2, 4, 8, 9\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$A^c = U - A = \{1, 2, 4, 8, 9, 10\}$$

5. 다음 중 참인 명제는? (단, 문자는 모두 실수이다.)

- ① $a < b$ 이면 $a + c > b + c$
- ② $a < b$ 이면 $a - c > b - c$
- ③ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $ac > bc$
- ④ $a < b$ 이고 $c > 0$ 이면 $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- ⑤ $ac < bc$ 이면 $a > b$

해설

실수의 대소 관계에는 다음과 같은 성질이 있다.

- i) 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b, a = b, a < b$ 중에서 어느 하나만이 성립한다.
 - ii) $a > b, b > c$ 이면 $a > c$
 - iii) $a > b$ 이면 $a \pm c > b \pm c$
 - iv) $a > b, c > 0$ 이면 $ac > bc$
 - v) $a > b, c < 0$ 이면 $ac < bc$
- 따라서 참인 것은 ④이다.

6. 다음 명제 중 '역'이 참인 것을 고르면? (a, b, x, y 는 모두 실수)

- ① $a = 1$ 이면 $a^2 = a$
- ② $a = b$ 이면 $a^2 = b^2$
- ③ xy 가 홀수 이면 $x + y$ 가 짝수
- ④ $\triangle ABC$ 가 정삼각형이면 $\angle B = \angle C$
- ⑤ 두 집합 A, B 에 대하여 $A \supset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

- ① 역: $a^2 = a$ 이면 $a = 1$ 이다. (거짓, 반례: $a = 0$)
- ② 역: $a^2 = b^2$ 이면 $a = b$ 이다. (거짓, 반례: $a = 1, b = -1$)
- ③ 역: $x + y$ 가 짝수이면, xy 는 홀수이다. (거짓, x, y 모두 짝수인 경우 xy 는 짝수이다.)
- ④ 역: $\angle B = \angle C$ 이면 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. (거짓, 두 각이 같으면 이등변삼각형이다.)
- ⑤ 역: $A \cup B = A$ 이면 $A \supset B$ 이다. (참)

7. 세 수 $A = \sqrt{6} + \sqrt{7}$, $B = \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$, $C = \sqrt{3} + \sqrt{10}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

해설

$A > 0$, $B > 0$, $C > 0$ 이므로
 A^2, B^2, C^2 의 대소를 비교한 것과 같다.
 $A^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{7})^2 = 13 + 2\sqrt{42}$
 $B^2 = (\sqrt{5} + 2\sqrt{2})^2 = 13 + 2\sqrt{40}$
 $C^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{10})^2 = 13 + 2\sqrt{30}$
이므로 $A^2 > B^2 > C^2$ 이다.
따라서 $A > B > C$

8. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

a, b 는 양수이므로

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

$$= 5 + ab + \frac{4}{ab} \geq 5 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

\therefore 최솟값은 9

9. 다음 중 옳은 것은?

① $0 \in \{0, 1\}$

② $3 \in \{2, 5\}$

③ $5 \notin \{1, 3, 5, 7\}$

④ $\{1\} \in \{1, 5, 9\}$

⑤ $12 \in \{1, 2, 9, 18\}$

해설

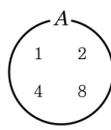
② $3 \notin \{2, 5\}$

③ $5 \in \{1, 3, 5, 7\}$

④ $\{1\} \subset \{1, 5, 9\}$

⑤ $12 \notin \{1, 2, 9, 18\}$

10. 다음 그림의 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이다.

11. 집합 A 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \subset A$

② $A \subset A$

③ $A \subset (A \cup B)$

④ $A \subset (A \cap B)$

⑤ $(B \cap A) \subset B$

해설

④ $A \supset (A \cap B)$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \cup B = B$

② $(A \cap B) \cup A = B$

③ $B \subset A$

④ $A \subset (A \cup B)$

⑤ $(A \cap B) \cup (A \cup B) = B$

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

② $A \cap B = A$ 이면 $(A \cap B) \cup A = A \cup A = A$ 이므로 옳지 않다.

③ $A \subset B$ 이므로 옳지 않다.

13. 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B - A = \{4, 5\}$ 일 때, 집합 A 는?

① $\{1\}$

② $\{3\}$

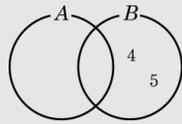
③ $\{1, 2\}$

④ $\{1, 2, 3\}$

⑤ $\{4, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 이다.



14. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 28$, $n(B) = 35$, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cup B) = 28 + 35 - 0 = 63$$

16. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 부분집합 중 원소가 2 개인 집합은 a 개이고, 원소가 5 개인 집합은 b 개이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

집합 A 의 원소 2 개를 짝짓는 방법은

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{1, 5\}, \{1, 6\},$

$\{1, 7\},$

$\{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{2, 6\}, \{2, 7\},$

$\{3, 4\}, \{3, 5\}, \{3, 6\}, \{3, 7\}$

$\{4, 5\}, \{4, 6\}, \{4, 7\}$

$\{5, 6\}, \{5, 7\},$

$\{6, 7\}$

따라서, 원소가 2 개인 부분집합의 개수는

$6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ (개)이다.

집합 A 의 부분집합 중 원소가 5 개인 집합은 원소 2 개를 짝짓고 남은 5 개의 원소를 원소로 갖는 집합이므로 원소가 2 개인

부분집합의 개수와 같은 개수의 부분집합이 만들어진다. 즉 21 개가 된다.

$a = 21, b = 21$ 이므로 $a + b = 42$

17. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 9\} \subset X \subset A$$

▶ 답: 개

▷ 정답: 8개

해설

X 는 원소 1과 9를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

18. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, n 를 반드시 포함하고 2를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4개일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$2^{(1, 2, 3, n \text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-4} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 6$$

19. 두 집합 $A = \{1, a, b, 15\}$, $B = \{2, 3a, b-2\}$ 에 대하여 $A - B = \{3, 5\}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$A - B = \{3, 5\}$ 이므로 3과 5는 집합 A 의 원소이다. $3 \in A, 5 \in A$ 이다.

따라서 $a = 3$ 또는 $a = 5$ 이다.

(i) $a = 3$ 이면 $b = 5$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{2, 3, 9\}$ 이다.

이 때, $A - B = \{1, 5, 15\}$ 이므로 성립한다.

(ii) $a = 5$ 이면 $b = 3$ 이다.

따라서 $A = \{1, 3, 5, 15\}$, $B = \{1, 2, 15\}$ 이다.

이 때, $A - B = \{3, 5\}$ 이므로 성립한다.

$\therefore a = 5, b = 3$

20. 다음 등식 중 옳은 것은?

- ① $(A - B)^c = A^c \cap B$
- ② $A \cap (A \cup B)^c = B^c$
- ③ $(A - B) \cup (A - C) = A - (B \cup C)$
- ④ $(A^c \cup B \cup C)^c = A \cap B^c \cap C^c$
- ⑤ $A - (B - C)^c = (A - B) - C^c$

해설

- ① $(A - B)^c = (A \cap B^c)^c$
 $= A^c \cup (B^c)^c$
 $= A^c \cup B$
 - ② $A \cap (A \cup B)^c = A \cap (A^c \cap B^c)$
 $= (A \cap A^c) \cap B^c$
 $= \emptyset \cap B^c$
 $= \emptyset$
 - ③ $(A - B) \cup (A - C) = (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c)$
 $= A \cap (B^c \cup C^c)$
 $= A \cap (B \cap C)^c$
 $= A - (B \cap C)$
 - ④ $(A^c \cup B \cup C)^c = (A^c)^c \cap B^c \cap C^c$
 $= A \cap B^c \cap C^c$
 - ⑤ $A - (B - C)^c = A - (B \cap C^c)^c$
 $= A \cap \{(B \cap C^c)^c\}^c$
 $= A \cap (B \cap C^c)$
 $= A \cap B \cap C^c$
- $(A - B) - C^c = (A \cap B^c) \cap (C^c)^c$
 $= (A \cap B^c) \cap C$
 $= A \cap B^c \cap C$

21. 조건 p 를 만족하는 집합을 P 라 하고, 조건 q 를 만족하는 집합을 Q 라 하자. 명제 ' p 이면 q 이다.' 가 거짓일 때, 반례의 집합은?

- ① P ② Q ③ $P-Q$ ④ P^c ⑤ Q^c

해설

만약 ' p 이면 q 이다.' 가 참이라면 P 의 모든 원소는 Q 의 원소이어야 한다. 하지만 ' p 이면 q 이다.' 가 거짓이므로 P 의 원소이지만 Q 의 원소가 아닌 것이 반례로 적당하다.

22. 다음 중 집합인 것은?

- ① 키가 큰 학생들의 모임
- ② 1보다 작은 자연수의 모임
- ③ 100에 가장 가까운 수들의 모임
- ④ 아름다운 꽃들의 모임
- ⑤ 유명한 성악가의 모임

해설

② 1보다 작은 자연수의 모임은 공집합이므로 집합이다.
①, ③, ④, ⑤는 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

23. 다음 중 집합인 것은?

- ① 예쁜 어린이들의 모임
- ② 우리 중학교 1학년 1반에서 야구를 잘하는 학생들의 모임
- ③ 4와 10000 사이에 있는 자연수의 모임
- ④ 100에 가까운 수들의 모임
- ⑤ 아주 큰 수들의 모임

해설

집합은 주어진 조건에 대하여 그 대상을 분명히 알 수 있어야 하므로 ③만이 집합이다.

24. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

25. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 조건 $x^2 - 2 > 0$ 의 진리집합은?

① \emptyset

② $\{0, 1\}$

③ $\{3, 4, 5\}$

④ $\{2, 3, 4, 5\}$

⑤ U

해설

주어진 조건 $x^2 - 2 > 0$ 에 $x = 0$ 을 대입하면 $0 - 2 > 0$ (거짓)

$x = 1$ 을 대입하면 $1 - 2 > 0$ (거짓)

$x = 2$ 를 대입하면 $4 - 2 > 0$ (참)

$x = 3$ 을 대입하면 $9 - 2 > 0$ (참)

$x = 4$ 를 대입하면 $16 - 2 > 0$ (참)

$x = 5$ 를 대입하면 $25 - 2 > 0$ (참)

따라서 구하는 진리집합은 $\{2, 3, 4, 5\}$