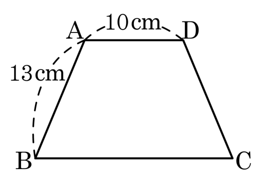
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 2\overline{AD}$ 인 등변사다리꼴의 넓이를 구하면?

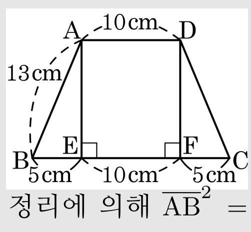


① $120\,\text{cm}^2$　② $130\,\text{cm}^2$

③ $180\,\text{cm}^2$　④ $195\,\text{cm}^2$

⑤ $200\,\text{cm}^2$

해설



등변사다리꼴 ABCD 의 꼭짓점 A , D 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 하면 직사각형 AEFD 에서 $\overline{EF} = 10\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BE} = 5\,\text{cm}$, $\overline{CF} = 5\,\text{cm}$ 이다.

또, 직각삼각형 ABE 에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AB}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AE}^2$, $13^2 = 5^2 + \overline{AE}^2$,

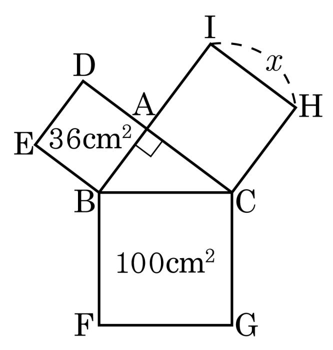
따라서 $\overline{AE}^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$ 이다.

그런데 $\overline{AE} > 0$ 이므로 $\overline{AE} = 12\,\text{cm}$ 이다.

이제 등변사다리꼴의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AE} = \frac{1}{2} \times (10 + 20) \times 12 = 180(\text{cm}^2)$ 이다.

2. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x의 값은?



① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm ④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

$\square\mathrm{BFGC} = \square\mathrm{EBAD} + \square\mathrm{IACH}$,
$\square\mathrm{IACH} = 100\,\mathrm{cm}^2 - 36\,\mathrm{cm}^2 = 64\,\mathrm{cm}^2$,
$x^2 = 64\,\mathrm{cm}^2$, $x = 8\,\mathrm{cm}$.

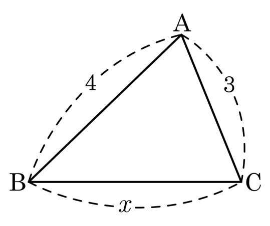
3. $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이가 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 7\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형
② $\angle A > 90°$ 인 둔각삼각형
③ $\angle B > 90°$ 인 둔각삼각형
④ $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

삼각형의 세 변 중 가장 긴 변은 $\overline{CA}$ 이다.
$7^2 > 3^2 + 5^2$ 이므로 $\angle B$ 가 둔각인 둔각삼각형이다.

4. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 ∠A 가 예각일 때, 자연수 x 는 모두 몇 개인가? (단, x 가 가장 긴 변이다.)



① 0 개　② 1 개　③ 2 개　④ 3 개　⑤ 4 개

해설

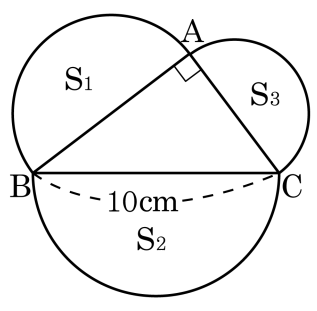
i) 삼각형이 될 조건 : $4 < x < 4 + 3$

$\therefore\ 4 < x < 7$

ii) 예각일 조건 : $x^2 < 4^2 + 3^2 \quad \therefore\ x < 5$

i), ii) 에 의하여 $4 < x < 5 \quad \therefore$ 자연수 x는 0 개

5. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 △ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값을 구하면?

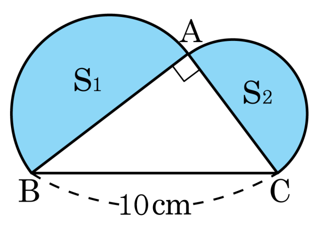


① $10\pi\text{cm}^2$ ② $15\pi\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$
④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

해설

$S_1 + S_3 = S_2$
$S_1 + S_2 + S_3 = 2S_2$
$\therefore 2 \times \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} = 25\pi(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 직각을 낀 두 변을 각각 지름으로 하는 반원을 그렸을 때, 두 반원의 넓이의 합 $S_1 + S_2$ 의 값을 구하면?



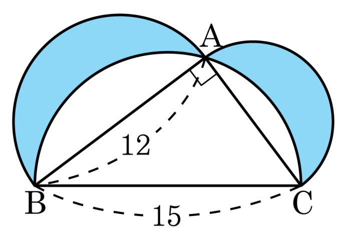
① $\frac{45}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $\frac{35}{2}\,\mathrm{cm}^2$　③ $\frac{25}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{15}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$S_1 + S_2 = \left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} + \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 \pi \times \frac{1}{2} = \frac{\pi}{8}\left(\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2\right)$

$= \frac{\pi}{8} \times \overline{BC}^2 = \frac{25}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

7. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?

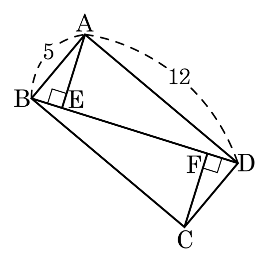


① 27 ② 54 ③ 81 ④ 100 ⑤ 108

해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같다.
직각삼각형의 나머지 한 변이 9 이므로 그 넓이는 $\frac{1}{2}\times12\times9=54$
따라서 넓이는 54 이다.

8. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

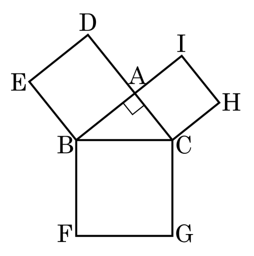
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE},\ \overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

9. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21　② 22　③ 23

④ 24　⑤ 25

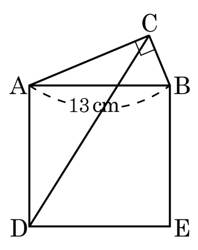
해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC

□BFGC − □ACHI = □ADEB

따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

10. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,cm$, $\triangle ACD = 72\,cm^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



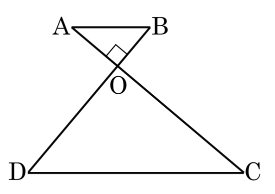
① $21\,cm^2$ ② $22\,cm^2$ ③ $25\,cm^2$

④ $30\,cm^2$ ⑤ $40\,cm^2$

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,cm^2$ 이다.
또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (cm^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$169 - 144 = 25\ (cm^2)$ 이다.

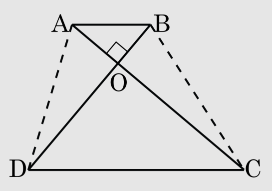
11. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

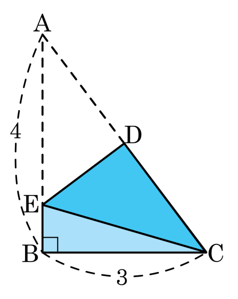
④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①
$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②
$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③
$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④
①과 ③을 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤
②와 ④를 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥
⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

12. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 를 두 점 A 와 C 가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle$CDE 의 둘레의 길이는?

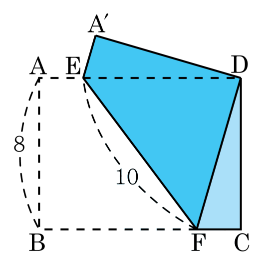


① $\frac{13}{2}$　② $\frac{15}{2}$　③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{19}{2}$　⑤ $\frac{21}{2}$

해설

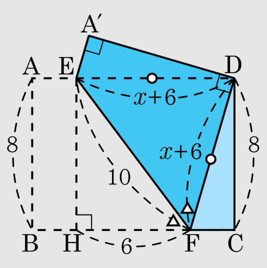
$\triangle$ABC 가 직각삼각형이므로
$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.
$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고
$\triangle$EBC 가 직각삼각형이므로
$(4 - x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.
$\triangle$ADE 가 직각삼각형이므로
$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.
따라서 $\triangle$CDE 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

13. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{32}{3}$　② $\frac{28}{3}$　③ $\frac{26}{3}$
④ $\frac{22}{3}$　⑤ $\frac{20}{3}$

해설



E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{HF} = 6$

$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CH} = \overline{DE} = 6 + x$

접은 각과 엇각에 의해 $\angle DEF = \angle DFE$ 이므로

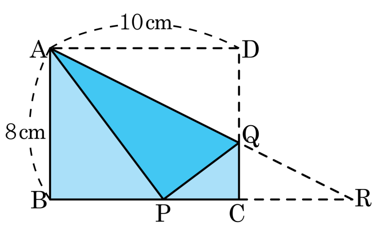
$\overline{DF} = \overline{DE} = 6 + x$

$\triangle DFC$ 에서 $(6+x)^2 = 8^2 + x^2, 12x = 28$ $\therefore x = \frac{7}{3}$

또한 $\overline{BH} = \overline{AE} = \overline{A'E} = \overline{CF}$

$\therefore \overline{BC} = \frac{7}{3} \times 2 + 6 = \frac{32}{3}$

14. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 꼭짓점 D 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 10\,cm$, $\overline{AB} = 8\,cm$ 일 때, △APR 의 넓이는?

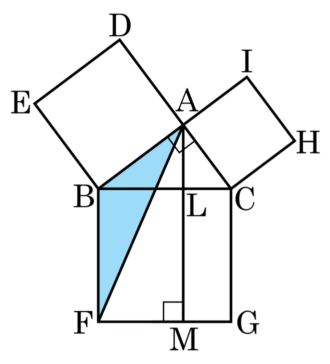


① $36\,cm^2$　② $38\,cm^2$　③ $40\,cm^2$
④ $42\,cm^2$　⑤ $44\,cm^2$

해설

$\overline{AP} = 10(cm)$ 이므로 $\overline{BP} = 6(cm)$
따라서, $\overline{PC} = 4(cm)$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{DQ} = x(cm)$ 로 놓으면
$\overline{CQ} = (8 - x)\,cm$
$\triangle PQC$ 에서 $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$ 이므로
$x^2 = 64 - 16x + x^2 + 16$
$\therefore\ x = 5(cm)$
$\triangle ADQ \backsim \triangle RCQ$ (AA 닮음) 이므로
$10 : \overline{CR} = 5 : 3$
$\therefore \overline{CR} = 6(cm)$
$\therefore\ \triangle APR = \dfrac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40(cm^2)$

15. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 않은 삼각형은?



① $\triangle EBC$　② $\triangle BLF$　③ $\triangle AFM$　④ $\triangle EAB$　⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형