1. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{7}{10}$ 사이의 분수 중 분모가 30 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{18}{30}$

해설

$\frac{1}{2} = \frac{15}{30} < \frac{x}{30} < \frac{7}{10} = \frac{21}{30}$

x는 $15 < x < 21$ 인 3 의 배수이므로 18 이다.

2. $\frac{a}{140}$는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$과 같을 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, $90 < a < 100$)

▶ 답:

▷ 정답: 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$가 유한소수이므로 a는 7의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7이 있으므로 a는 $7 \times 7 = 49$이다.
조건에서 a가 $90 < a < 100$이므로
$a = 2 \times 7^2 = 98$이다.
$\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$ 에서 $b = 10$
$\therefore a + b = 98 + 10 = 108$

3. $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}} = \dfrac{1}{6}$ 을 만족하는 x 의 값을 순환소수로 나타내면?

① 0.83 ② $0.8\dot{3}$ ③ $0.\dot{8}\dot{3}$ ④ 0.88 ⑤ 0.88

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}} &= \frac{1}{1-\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}}}\\ &= \frac{1}{1-\dfrac{x}{x-1}}\\ &= \frac{1}{\dfrac{x-1}{x-1}-\dfrac{x}{x-1}}\\ &= \frac{1}{\dfrac{-1}{x-1}}\\ &= -x+1\end{aligned}$$

이므로 주어진 방정식은 $-x+1=\dfrac{1}{6}$ 이다.

따라서 $x=\dfrac{5}{6}=0.83333\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $0.8\dot{3}$ 이다.

4. 분수 $\frac{2}{7}$ 의 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값은?

① 218 ② 226 ③ 231 ④ 238 ⑤ 239

해설

$\frac{2}{7} = 0.285714285\cdots = 0.\dot{2}85714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (2+8+5+7+1+4) \times 8 + (2+8) = 226$

5. $\frac{15}{37}$ 의 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라 할 때, 다음 계산결과를 자연수로 나타내어라.

$x_1 + x_2 + 0.\dot{x_6} + 0.\dot{x_{58}}$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\frac{15}{37} = 0.\dot{4}0\dot{5}$

(준식) $= 4 + 0 + 0.\dot{5} + 0.\dot{4} = 5$

6. $\frac{8}{11}$ 을 소수로 나타낼 때, 99 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\frac{8}{11} = 0.727272\cdots 0.\dot{7}\dot{2}$

$99 \div 2 = 49 \cdots 1$ 이므로 소수 99 번째 자리의 숫자는 7 이다.

7. 다음은 $\frac{9}{20}$ 를 유한소수로 나타내는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라.

$$\frac{9}{20}=\frac{9}{2^2\times 5}=\frac{9\times\square}{2^2\times 5\times 5}=\frac{45}{100}=\square$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : 0.45

해설

분모를 소인수분해하면 $2^2\times 5$ 이므로 10 의 거듭제곱의 꼴이 되도록 분모, 분자에 각각 5 를 곱한다.

$\frac{9}{20}=\frac{9}{2^2\times 5}=\frac{9\times 5}{2^2\times 5\times 5}=\frac{45}{100}=0.45$

8. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 찾은 것은?

㉠ $\frac{13}{20}$	㉡ $\frac{42}{75}$	㉢ $\frac{51}{180}$
㉣ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 7}$	㉤ $\frac{27}{2^2 \times 3^2}$	㉥ $\frac{6}{50}$

① ㉠, ㉢
② ㉡, ㉢, ㉣
③ ㉡, ㉣, ㉤
④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

㉢ $\frac{51}{180} = \frac{3 \times 17}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{17}{2^2 \times 3 \times 5}$ 이므로 무한소수로 나타내어 진다.

9. 분수 $\frac{27}{110}$ 의 순환마디를 x , $\frac{14}{3}$ 의 순환마디를 y 라 할 때 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 39

해설

$\frac{27}{110} = 0.24\dot{5}\dot{5}$
$x = 45$
$\frac{14}{3} = 4.\dot{6}$
$y = 6$
$x - y = 39$

10. 분수를 순환소수로 나타낸 것 중 옳은 것은?

① $\frac{1}{3} = 0.3\dot{3}$ ② $\frac{2}{3} = 0.\dot{7}$ ③ $\frac{6}{7} = 0.\dot{8}71\dot{4}$

④ $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}7\dot{2}$ ⑤ $\frac{5}{11} = 0.\dot{4}\dot{5}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, ② $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$

③ $\frac{6}{7} = 0.857142857142\cdots = 0.\dot{8}57142\dot{}$, ④ $\frac{3}{11} = 0.272727\cdots = 0.\dot{2}\dot{7}$

11. 다음은 $1.\dot{3}\dot{5}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. $\square$안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라.
[과정] $1.\dot{3}\dot{5}$ 를 x 라 두면,

$$x = 1.3535\cdots①$$

$$\square x = 135.3535\cdots②$$

②-① 을 계산하면

$$\square x = \square$$

$$\therefore x = \frac{\square}{\square}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 100

▷ 정답: 99

▷ 정답: 134

▷ 정답: 134

▷ 정답: 99

해설

$1.\dot{3}\dot{5}$ 를 x 라 두면,
$x = 1.3535\cdots①$
$100x = 135.3535\cdots②$
②-① 을 계산하면
$99x = 134$
$\therefore x = \frac{134}{99}$

12. $x = 2.\dot{3}$ 일 때, $x + \dfrac{1}{\dfrac{1}{x} - 1}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{53}{90}$ ② $\dfrac{12}{45}$ ③ $\dfrac{7}{12}$ ④ $\dfrac{7}{30}$ ⑤ $\dfrac{2}{9}$

해설

$x = \dfrac{21}{9}$

$(\text{준식}) = x + \dfrac{1}{\dfrac{1-x}{x}}$

$= x + \dfrac{x}{1-x}$

$= \dfrac{21}{9} + \dfrac{\dfrac{21}{9}}{1 - \dfrac{21}{9}}$

$= \dfrac{21}{9} - \dfrac{21}{12} = \dfrac{84}{36} - \dfrac{63}{36}$

$= \dfrac{21}{36} = \dfrac{7}{12}$

13. 다음 중 순환소수 $x = 1.3\dot{2}\dot{7}$ 를 분수로 고치는데 필요한 가장 적당한 식은?

① $100x - x$　② $100x - 10x$　③ $1000x - 10x$

④ $1000x - 100x$　⑤ $10000x - 100x$

해설

$x = 1.327$ 에서 $x = 1.3272727\cdots$

$$\begin{array}{rl} & 1000x = 1327.2727\cdots \\ -) & \quad 10x = \quad 13.2727\cdots \\ \hline & 990x = 1314 \end{array}$$

등식의 성질에 의해 $1000x - 10x = 1314$

이와 같이 해야 소수점 이하 부분이 없어진다.

14. 유리수 $x = 2.4 + 24\times\left(\frac{1}{10^3} + \frac{1}{10^5} + \frac{1}{10^7} + \cdots\right)$ 를 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 차를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$$(\text{주어진 식}) = 2.4 + 24\times\frac{1}{10^3} + 24\times\frac{1}{10^5} + 24\times\frac{1}{10^7} + \cdots$$
$$= 2.4 + 0.024 + 0.00024 + 0.0000024 + \cdots$$
$$= 2.4242424\cdots$$
$$= 2.\dot{4}\dot{2}$$
$$\therefore 2.\dot{4}\dot{2} = \frac{242-2}{99} = \frac{240}{99} = \frac{80}{33}$$

따라서 분모와 분자의 차는 $80 - 33 = 47$ 이다.

15. 다음 순환소수 $0.7\dot{4}\dot{2}$ 를 분수로 고치는 과정이다. 빈칸의 수가 옳게 된 것은?

$x = 0.7424242\cdots$ 이므로
(①) $x = 7.424242\cdots$ ㉠
(②) $x = 742.4242\cdots$ ㉡
㉡ 에서 ㉠을 변끼리 빼면
(③) $x =$ (④)
$\therefore \quad x =$ (⑤)

① 100 ② 100 ③ 999 ④ 735 ⑤ $\frac{66}{49}$

해설

$x = 0.7424242\cdots$ 이므로
(10) $x = 7.424242\cdots$ ㉠
(1000) $x = 742.4242\cdots$ ㉡
㉡ 에서 ㉠을 변끼리 빼면
(990) $x =$ (735)
$\therefore \quad x = \left(\frac{49}{66}\right)$

16. 기약분수를 소수로 고치는 과정에서 A 는 분자를 잘못 보았더니 $0.\dot{3}\dot{4}$ 로, B 는 분모를 잘못 보았더니 $0.5\dot{6}$ 이 되었다. 처음의 기약분수로 맞는 것은?

① $\frac{34}{90}$ ② $\frac{51}{99}$ ③ $\frac{17}{99}$ ④ $\frac{16}{99}$ ⑤ $\frac{17}{90}$

해설

$0.\dot{3}\dot{4} = \frac{34}{99}$ 에서는 분모를 맞게 본 것이므로 구하는 분수의 분모는 99 ,

$0.5\dot{6} = \frac{56-5}{90} = \frac{51}{90} = \frac{17}{30}$ 에서는 분자를 맞게 본 것이므로 구하는 분수의 분자는 17 이다.

따라서, 구하는 기약분수는 $\frac{17}{99}$

17. $0.\dot{4}x - 0.0\dot{1}x = 0.0\dot{3}$을 계산하여 $x = \frac{1}{b}$로 나타낼 때, b의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$0.\dot{4}x - 0.0\dot{1}x = 0.0\dot{3}$

$\frac{4}{9}x - \frac{1}{90}x = \frac{3}{90}$

$\frac{40}{90}x - \frac{1}{90}x = \frac{3}{90}$

$\frac{39}{90}x = \frac{3}{90}$

$x = \frac{3}{90} \times \frac{90}{39} = \frac{1}{13}$

$\therefore\ b = 13$

18. $A + 0.\dot{2} = \frac{1}{3}$ 일 때, A 의 값을 순환소수로 나타내면?

① $0.\dot{1}$ ② $0.\dot{2}$ ③ $0.\dot{3}$ ④ $0.\dot{4}$ ⑤ $0.\dot{5}$

해설

$A + 0.\dot{2} = A + \frac{2}{9} = \frac{1}{3}$, $A = \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9} = 0.\dot{1}$

19. 한 자리 자연수 a 에 대하여 부등식 $\frac{1}{7} < 0.\dot{a} < 1$ 이 성립하도록 a 의 값을 모두 고르면?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$\frac{1}{7} < \frac{a}{9} < 1$

$\frac{9}{7} < a < 9$

따라서 $1.2\cdots < a < 9$ 이므로 한 자리 자연수 a 는 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 이다.

20. 부등식 $0.\dot{9} < x < \dfrac{38}{15}$ 을 만족하는 자연수 x의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$0.\dot{9} = \dfrac{9}{9} = 1$, $\dfrac{38}{15} = 2.5333\cdots$ 이므로

x는 2이다.

21. 다음을 보고, x 를 구하여라. (단, x 는 자연수)

> x 에 $1.\dot{4}\dot{6}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.46 을 곱했더니 정답과 답의 차가 $0.\dot{4}\dot{6}$ 이 되었다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$x \times 1.\dot{4}\dot{6} - x \times 1.46 = 0.\dot{4}\dot{6}$
$x \times (1.\dot{4}\dot{6} - 1.46) = 0.\dot{4}\dot{6}$
$x \times 0.00\dot{4}\dot{6} = 0.\dot{4}\dot{6}$
$\therefore\ x = 100$

22. $0.\dot{5}\dot{6} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.3\dot{2} = b \times 0.0\dot{1}$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 15 ② 17 ③ 21 ④ 25 ⑤ 27

해설

$\frac{56}{99} = a \times \frac{1}{99}$

$\therefore\ a = 56$

$\frac{29}{90} = b \times \frac{1}{90}$

$\therefore\ b = 29$

$\therefore\ a - b = 56 - 29 = 27$

23. $3^2 \times 9^2 = 27 \times 3^a$ 을 만족하는 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} 3^2 \times 9^2 &= 27 \times 3^a \\ &= 3^2 \times (3^2)^2 \\ &= 3^3 \times 3^a \end{aligned}$$

$3^2 \times 3^4 = 3^6 = 3^3 \times 3^a$

$\therefore\ a = 3$

24. $(-2a^2b^2c)^3 = xa^6b^yc^z$ 일 때, $x+y+z$ 의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 1　⑤ 2

해설

$(-2a^2b^2c)^3 = -8a^6b^6c^3$

$x=-8,\ y=6,\ z=3$

$\therefore\ x+y+z=-8+6+3=1$

25. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

좌변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고, y^7 이므로 $a = 3$, $b = 2$

$\therefore a+b = 5$

26. $\left(-\frac{y^2z^b}{3x^a}\right)^3=-\frac{y^dz^9}{cx^{12}}$ 을 만족하는 a, b, c, d가 있을 때, $a-b+c-d$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$-\frac{y^6z^{3b}}{27x^{3a}}=-\frac{y^dz^9}{cx^{12}}$

$3a=12 \quad \therefore a=4$

$3b=9 \quad \therefore b=3$

$27=c,\ 6=d$

$\therefore a-b+c-d=22$

27. $3^4 = x$ 라 할 때, $3^4 + 3^6 - 3^5$ 을 x 에 관한 식으로 나타내어라.

▶ 답:

▷ 정답: $7x$

해설

$3^4 + (3^4 \times 3^2) - (3^4 \times 3) = x + 9x - 3x = 7x$

28. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답 : 자리 수

▷ 정답 : 12자리 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\ &= 36 \times (10)^{10} \end{aligned}$$

따라서 12자리의 수이다.

29. $3^2 = A$ 일 때 27^6 을 A 의 거듭제곱으로 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : A^9

해설

27^6 은 $(3^3)^6 = 3^{18} = (3^2)^9 = A^9$ 이다.

30. $2\times4\times6\times8\times10\times12\times14\times16\times18\times20=2^a\times3^b\times5^c\times7^d$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$2\times4\times6\times8\times10\times12\times14\times16\times18\times20$
$=2^{10}(1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10)$
$=2^{10}(2^8\times3^4\times5^2\times7^1)$
$a=18,\ b=4,\ c=2,\ d=1$
$\therefore\ a+b+c+d=25$

31. $\frac{7}{3}x^4 \div \left(\frac{7}{12}x^3y\right) \div \left(-\frac{1}{4}xy^2\right)$ 을 간단히 하면?

① $-16x^8y^3$ ② $-\frac{16x^6}{y}$ ③ $-\frac{16}{y^3}$

④ $-\frac{1}{16y^3}$ ⑤ $-\frac{16x^8}{y^3}$

해설

$\frac{7x^4}{3} \times \frac{12}{7x^3y} \times \left(-\frac{4}{xy^2}\right) = -\frac{16}{y^3}$

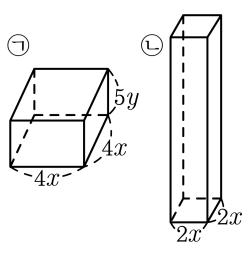
32. $\dfrac{7^3+7^3+7^3+7^3+7^3+7^3+7^3}{49}$ 의 값은?

① 7^5 ② 7^4 ③ 7^3 ④ 7^2 ⑤ 7

해설

$$\frac{7^3+7^3+7^3+7^3+7^3+7^3+7^3}{49}=\frac{7^3\times 7}{7^2}=\frac{7^4}{7^2}=7^2$$

33. 다음 그림은 밑면이 정사각형인 직육면체이다. ㉠의 직육면체는 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $4x$ 이고, 높이가 $5y$ 이다. ㉠과 ㉡의 부피가 같고, ㉡의 밑면인 정사각형의 한 변의 길이가 $2x$ 라면 ㉡의 높이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $20y$

해설

직육면체의 부피는 (가로)×(세로)×(높이) 이다.
㉠의 부피 $= (4x)^2 \times 5y = 80x^2y$
㉡의 부피 $= (2x)^2 \times$ (높이) $= 4x^2 \times$ (높이) 이므로
$80x^2y = 4x^2 \times$ (높이)
$\therefore$ (높이) $= 20y$

34. 다음 □ 안에 알맞은 식은?

$$-\left[4x-2y-\left\{x-\left(3x+\square\right)\right\}+5y\right]=-6x-7y$$

① $4y$ ② $-4y$ ③ $3y$ ④ $-3y$ ⑤ y

해설

$$\begin{aligned}
&-\left[4x-2y-\left\{x-\left(3x+\square\right)\right\}+5y\right]\\
&=-\left\{4x-2y-\left(x-3x-\square\right)+5y\right\}\\
&=-\left\{4x-2y-\left(-2x-\square\right)+5y\right\}\\
&=-\left(4x-2y+2x+\square+5y\right)\\
&=-\left(6x+3y+\square\right)\\
&=-6x-3y-\square\\
&=-6x-7y\\
&\therefore\ \square=-6x-3y+6x+7y=4y
\end{aligned}$$

35. 다음 식을 간단히 하면?

$4a-\{2b-a+(b-2a)+3a\}$

① $2a+b$ ② $4a+2b$ ③ $4a-3b$

④ $2a-2b$ ⑤ $a+3b$

해설

$4a-\{2b-a+(b-2a)+3a\}$

$=4a-(2b-a+b-2a+3a)$

$=4a-3b$

36. 유리수 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{13}$, ……, $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 2^4, 2^5, 2^6

분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2

2와 5의 거듭제곱으로만 2×5, $2^2\times5$, $2^3\times5$, $2^4\times5$, 2×5^2, $2^2\times5^2$

$\therefore$ 10개