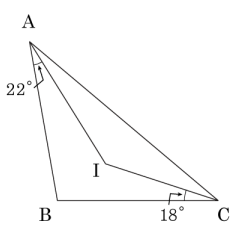
1. 다음 $\triangle ABC$에서 점 I는 삼각형의 내심이다. $\angle BAI = 22°, \angle BCI = 18°$일 때,
$\angle AIC : \angle ABC$를 간단한 정수비로 나타내어라.



▶ 답:

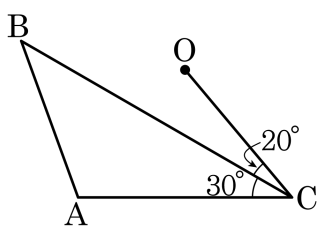
▷ 정답: 7 : 5

해설

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle BAI = \angle CAI = 22°$, $\angle BCI = \angle ACI = 18°$이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\angle AIC = 180° - 22° - 18° = 140°$이다.

또, 점 I 가 삼각형의 내심일 때, $\angle AIC = 140° = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC$
이므로
$\angle ABC = 100°$이다.
$\therefore \angle AIC : \angle ABC = 140 : 100 = 14 : 10 = 7 : 5$

2. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ACB = 30°$, $\angle OCB = 20°$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

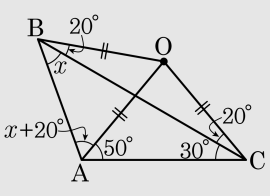


▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 40°

해설

$\angle B = x$ 라 하면



$\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OAC = \angle OCA = 50°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle OBC = \angle OCB = 20°$

$\triangle OBA$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OA}$ 이므로

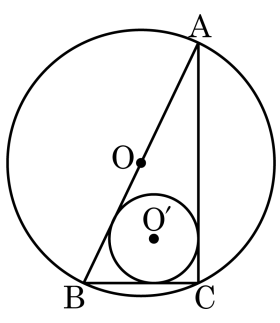
$\angle OBA = \angle OAB = x + 20°$

$\triangle ABC$ 에서

$\angle A + \angle ABC + \angle ACB = x + 70° + x + 30° = 180°$

$\therefore\ x = 40°$

3. 다음 그림에서 원 O 와 O′ 은 각각 △ABC 의 외접원과 내접원이다. 외접원의 넓이가 $9\pi\,\mathrm{cm}^2$, 내접원의 넓이가 $1\pi\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.

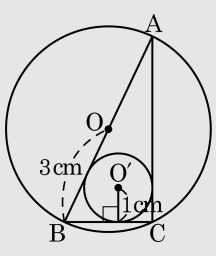


▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

△ABC 의 외심 O 가 선분 AB 위에 있으므로 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.



그림과 같이 내심 O′ 에서 △ABC 의 각 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 하자.

이 때, 두 원의 넓이를 이용하여 외접원의 반지름의 길이는 3 cm, 내접원의 반지름의 길이는 1 cm 이므로

$\overline{CE} = \overline{CD} = 1\,\mathrm{cm}$

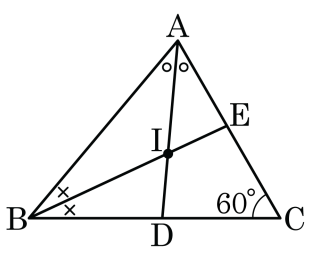
$\overline{AE} = \overline{AF} = a\,\mathrm{cm}$ 라 하면 $\overline{AC} = a + 1(\mathrm{cm})$

$\overline{AB} = 2\overline{BO} = 6\,\mathrm{cm}$ 이므로

$\overline{BD} = \overline{BF} = 6 - a(\mathrm{cm})$

따라서 △ABC 의 둘레의 길이는 $\overline{AC} + \overline{AB} + \overline{BC} = (a+1) + 6 + (6-a) + 1 = 14(\mathrm{cm})$ 이다.

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)

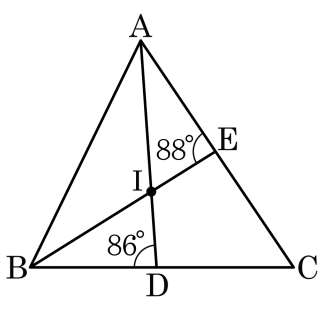


① $200°$ ② $180°$ ③ $160°$ ④ $140°$ ⑤ $120°$

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 $180°$이므로
$2\circ + 2\times + 60° = 180°$
$\circ + \times = 60°$
삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로
$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$라 하면
$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots ①$
$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots ②$
①+②를 하면
$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ 3\times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$
$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

5. 다음 그림에서 점 I는 △ABC의 내심이다. ∠A의 내각의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D, ∠B의 내각의 이등분선과 $\overline{AC}$의 교점을 E라고 할 때, ∠AEB = 88°, ∠ADB = 86°이다. ∠C의 크기를 구하여라.

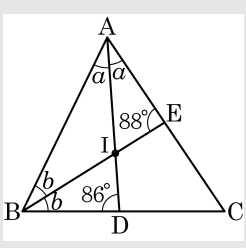


▶ 답 : _____°

▷ 정답 : 56°

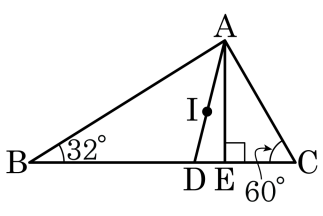
해설

∠A = 2∠a, ∠B = 2∠b 라고 하면,



△ABE에서 $2\angle a + \angle b + 88° = 180°$, $2\angle a + \angle b = 92° \cdots ①$
△ABD에서 $\angle a + 2\angle b + 86° = 180°$, $\angle a + 2\angle b = 94° \cdots ②$
①, ②를 연립방정식으로 풀면, $\angle a = 30°$, $\angle b = 32°$
∴ ∠A = 60°, ∠B = 64°이므로,
∴ $\angle C = 180° - (60° + 64°) = 56°$

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 14°

해설

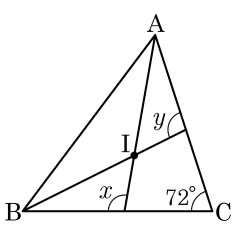
$\angle A = 180° - (32° + 60°) = 88°$

$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 88° = 44°$

$\angle EAC = 30°$ 이므로

$\therefore \angle DAE = 44° - 30° = 14°$

7. △ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?

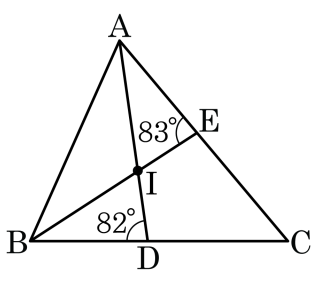


① 190° ② 191° ③ 192° ④ 194° ⑤ 198°

해설

△ABC 에서 $\angle IAB = \angle IAC = a$,
$\angle ABI = \angle CBI = b$라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 72° = 180°$
$\therefore \angle a + \angle b = 54°$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 72°) + (\angle b + 72°) = \angle a + \angle b + 144° = 198°$

8. 다음 그림에서 점I 는 △ABC 의 내심이다. ∠AEB = 83°, ∠ADB = 82° 일 때, ∠C 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 50

해설

∠A = 2∠a, ∠B = 2∠b 라 하면 △ABE 에서

$2\angle a + \angle b + 83° = 180° \cdots$ ㉠

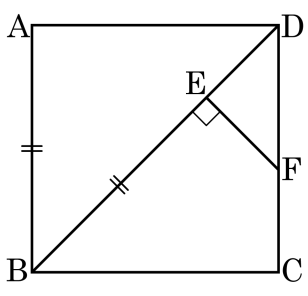
△ABD 에서, $\angle a + 2\angle b + 82° = 180° \cdots$ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $\angle a = 32°, \angle b = 33°$

따라서 △ABC 에서, ∠A + ∠B + ∠C = 64° + 66° + ∠C = 180°

∴ ∠C = 50°

9. 다음 그림과 같이 한 변이 3 인 정사각형 ABCD가 있다. 대각선 BD 위에 $\overline{AB} = \overline{BE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, E 를 지나 $\overline{BD}$ 에 수직인 직선이 $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 F 라 할 때, $3\overline{DF}+\overline{DE}+\overline{EF}+\overline{CF}$ 의 값을 구하여라.



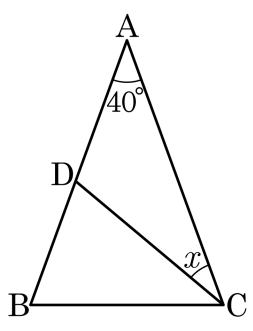
▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$\angle EDF = \angle EFD = 45°$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{EF}$ ··· ①,
$\triangle BEF \equiv \triangle BCF$(RHS합동) 이므로 $\overline{EF} = \overline{CF}$ ··· ②
$\overline{DE} = \overline{EF} = \overline{CF}$
$\therefore 3\overline{DF} + \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{CF} = 3\overline{DF} + 3\overline{CF} = 9$

10. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle A = 40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

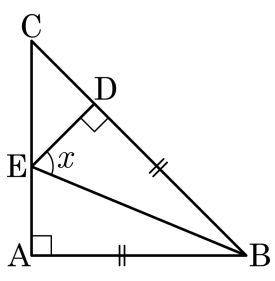
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 70°) = 40°$

따라서 $\angle x = 70° - 40° = 30°$이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 60° ② 62.5° ③ 65° ④ 67.5° ⑤ 70°

해설

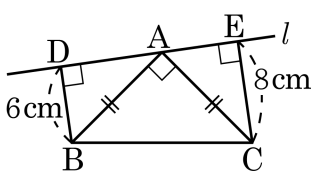
$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로,
$\angle ABC = 45°$
$\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분한다.

$$\angle EBD = 45° \times \frac{1}{2} = 22.5°$$

$\triangle DBE$ 에서

$$\therefore \ \angle x = 90° - 22.5° = 67.5°$$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다. 두 점 B, C 에서 점 A 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① $12\,\mathrm{cm}^2$ ② $18\,\mathrm{cm}^2$ ③ $24\,\mathrm{cm}^2$

④ $30\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $36\,\mathrm{cm}^2$

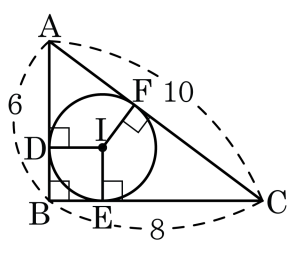
해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$(RHA합동) 이므로

$\overline{AD} = \overline{CE} = 8(\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\mathrm{cm}^2)$

13. 다음 그림에서 원 I 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 각각 접점이다. 이 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 10$)



① 1 ② 1.5 ③ 2 ④ 2.5 ⑤ 3

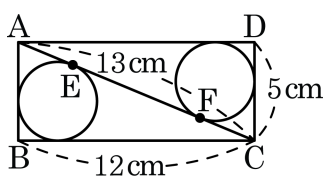
해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24$,

$\frac{1}{2} \times (6 + 8 + 10) \times r = 24 \therefore r = 2$

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 △ABC, △ACD 의 내접원이다. 두 접점 E, F 사이의 거리를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 7 cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면

$(13-x)+(5-x)=12$ ···㉠

$\therefore x=3(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{CF}=3(\text{cm})$ 이므로

$\therefore \overline{EF}=13-(3+3)=7(\text{cm})$

15. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a , n 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\frac{2}{125}=\frac{2}{5^3}$ 의 분자, 분모에 2^3 을 곱하면 $\frac{2^4}{2^3\times 5^3}=\frac{16}{10^3}$

$\therefore a=16$, $n=3$

$\therefore a+n=16+3=19$

16. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{7}{10}$ 사이의 분수 중 분모가 30 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 분수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{18}{30}$

해설

$\frac{1}{2} = \frac{15}{30} < \frac{x}{30} < \frac{7}{10} = \frac{21}{30}$

x는 $15 < x < 21$ 인 3 의 배수이므로 18 이다.

17. $\frac{a}{140}$는 유한소수로 나타낼 수 있고, 기약분수로 나타내면 $\frac{7}{b}$과 같을 때, $a+b$의 값을 구하여라. (단, $90 < a < 100$)

▶ 답:

▷ 정답: 108

해설

$\frac{a}{140} = \frac{1}{2^2 \times 5 \times 7} \times a$가 유한소수이므로 a는 7의 배수이고 기약분수로 고쳤을 때 분자에 7이 있으므로 a는 $7 \times 7 = 49$이다.
조건에서 a가 $90 < a < 100$이므로
$a = 2 \times 7^2 = 98$이다.
$\frac{2 \times 7^2}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$ 에서 $b = 10$
$\therefore a + b = 98 + 10 = 108$

18. $\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}} = \dfrac{1}{6}$ 을 만족하는 x 의 값을 순환소수로 나타내면?

① 0.83 ② $0.8\dot{3}$ ③ $0.\dot{8}\dot{3}$ ④ 0.88 ⑤ 0.88

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}} &= \frac{1}{1-\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}}} \\ &= \frac{1}{1-\dfrac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\dfrac{x-1}{x-1}-\dfrac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\dfrac{-1}{x-1}} \\ &= -x+1\end{aligned}$$

이므로 주어진 방정식은 $-x+1=\dfrac{1}{6}$ 이다.

따라서 $x=\dfrac{5}{6}=0.83333\cdots$ 이므로 순환소수로 나타내면 $0.8\dot{3}$ 이다.

19. 분수 $\frac{2}{7}$ 의 소수 n 번째 자리의 수를 X_n 이라 할 때, $X_1 + X_2 + \cdots + X_{50}$ 의 값은?

① 218 ② 226 ③ 231 ④ 238 ⑤ 239

해설

$\frac{2}{7} = 0.285714285\cdots = 0.\dot{2}85714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 6 개

$50 = 6 \times 8 + 2$ 이므로

$X_1 + X_2 + \cdots + X_{50} = (2+8+5+7+1+4) \times 8 + (2+8) = 226$

20. $\frac{15}{37}$ 의 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라 할 때, 다음 계산결과를 자연수로 나타내어라.

$x_1 + x_2 + 0.\dot{x_6} + 0.\dot{x_{58}}$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\frac{15}{37} = 0.\dot{4}0\dot{5}$

(준식) $= 4 + 0 + 0.\dot{5} + 0.\dot{4} = 5$

21. 유리수 $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{13}$, ····· , $\frac{1}{99}$, $\frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 2^4, 2^5, 2^6
분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2
2와 5의 거듭제곱으로만 2×5, $2^2\times5$, $2^3\times5$, $2^4\times5$, 2×5^2, $2^2\times5^2$
$\therefore$ 10개