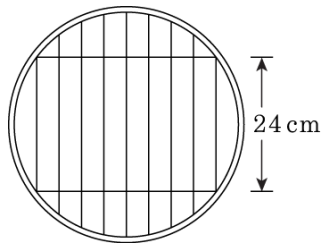


1. 경식이는 가족여행을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굽은 두 철사는 평행하고 길이가 32cm로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 24cm였다. 경식이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이는?



① 20 cm

② 25 cm

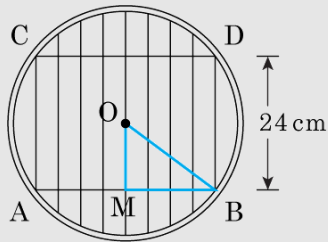
③ 30 cm

④ 40 cm

⑤ 45 cm

해설

두 철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM} = 12\text{ cm}$, $\overline{MB} = \overline{AB} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2} = 16\text{ (cm)}$ 이다.



석쇠의 반지름의 길이는 $\triangle OMB$

가 직각삼각형이므로 $\overline{OB} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20\text{ (cm)}$ 이다.

2. 원의 중심에서 3cm 떨어져 있는 현의 길이가 8cm 일 때, 이 원의 넓이는?

① $25\pi \text{ cm}^2$

② $28\pi \text{ cm}^2$

③ $32\pi \text{ cm}^2$

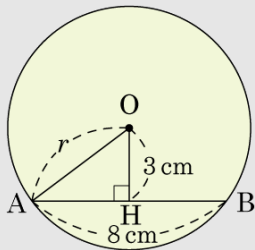
④ $36\pi \text{ cm}^2$

⑤ $38\pi \text{ cm}^2$

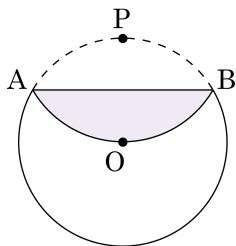
해설

그림에서 $\overline{AH} = 4(\text{cm})$ 이므로 $r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$

따라서, 원 O 의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$

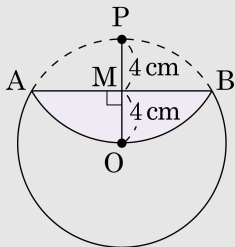


3. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8cm 인 원 위의 점 P 를 중심 O 에 닿도록 접었을 때 생기는 현 AB 의 길이는?



- ① $5\sqrt{3}$ cm ② $6\sqrt{3}$ cm
 ③ $7\sqrt{3}$ cm ④ $8\sqrt{3}$ cm
 ⑤ $9\sqrt{3}$ cm

해설



$\overline{OP}$ 와 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 M 이라 하면 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{OM} = \overline{PM} = 4(\text{cm})$ 이다.

$$\overline{AM} = \overline{BM}$$

$$= \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2}$$

$$= \sqrt{8^2 - 4^2}$$

$$= \sqrt{64 - 16}$$

$$= \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

4. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때,
 $\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값은?

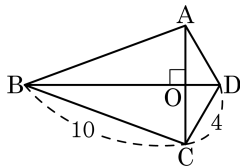
① 6

② 36

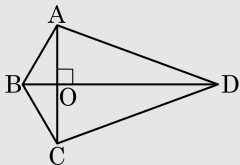
③ 54

④ 64

⑤ 84



해설

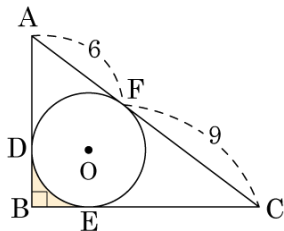


대각선이 직교하는 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$

$$\therefore \overline{AB}^2 + 4^2 = 10^2 + \overline{AD}^2$$

$$\therefore \overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 100 - 16 = 84$$

5. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $10 - \frac{9}{4}\pi$ ② $9 - \pi$ ③ $\frac{44}{9} - \pi$
 ④ $9 - \frac{9}{4}\pi$ ⑤ $20 - 5\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BE} = x$

$\overline{AD} = \overline{AF} = 6$ 이므로 $\overline{AB} = 6 + x$,

$\overline{CE} = \overline{CF} = 9$ 이므로 $\overline{BC} = 9 + x$

$$(6 + x)^2 + (x + 9)^2 = 15^2$$

$$x^2 + 15x - 54 = 0$$

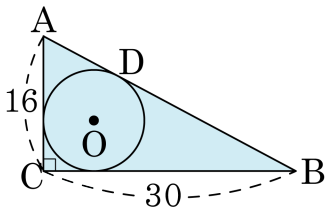
$$(x + 18)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 3$$

색칠한 부분의 넓이는 정사각형 ODBE에서 부채꼴 ODE의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\therefore 3^2 - \frac{1}{4} \times 3^2 \times \pi = 9 - \frac{9}{4}\pi$$

6. 다음 그림에서 원 O 는 직각삼각형 ABC 의 내접원이다. 원 O 의 반지름의 길이는?



① 6

② $6\sqrt{2}$

③ 3

④ $3\sqrt{3}$

⑤ 8

해설

원 O 의 반지름을 r 이라 하면 $\overline{CE} = \overline{CF} = r$,

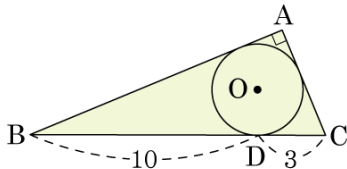
$$\overline{AD} = 16 - r, \overline{BD} = 30 - r$$

$$\overline{AB} = \sqrt{30^2 + 16^2} = 34$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$$

$$34 = (16 - r) + (30 - r) \quad \therefore r = 6$$

7. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\overline{BD} = 10$, $\overline{CD} = 3$)



① 12

② 24

③ 30

④ 36

⑤ 48

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면

$\overline{AB} = 10 + r$, $\overline{AC} = 3 + r$ 이고

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로

$$13^2 = (10 + r)^2 + (3 + r)^2$$

$$169 = 100 + 20r + r^2 + 9 + 6r + r^2$$

$$2r^2 + 26r - 60 = 0$$

$$r^2 + 13r - 30 = 0$$

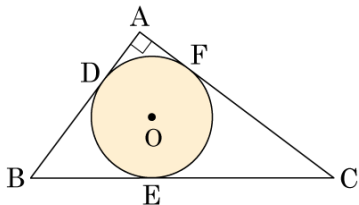
$$(r + 15)(r - 2) = 0$$

$r > 0$ 이므로 $r = 2$

$$\therefore \overline{AB} = 12, \overline{AC} = 5$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$$

8. 다음 그림에서 원 O 는 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내접원이고, 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 20\text{cm}$, $\overline{CA} = 16\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



- ① $4\pi \text{ cm}^2$ ② $\frac{9}{2}\pi \text{ cm}^2$ ③ $6.5\pi \text{ cm}^2$
 ④ $12\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $16\pi \text{ cm}^2$

해설

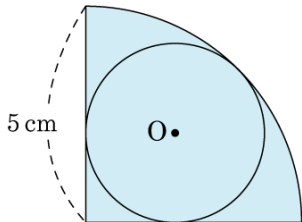
내접원의 반지름을 r 라 하면

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 16 = \frac{1}{2} \times (12 + 16 + 20) \times r$$

$$\therefore r = 4(\text{cm})$$

따라서, 원의 넓이는 $16\pi \text{ cm}^2$

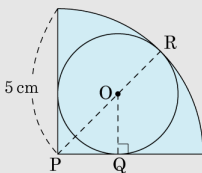
9. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 사분원에 내접하는 원 O가 있다. 원 O의 반지름의 길이는?



- ① $(5\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ② $(4\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ③ $(3\sqrt{2} - 5)\text{cm}$
 ④ $(2\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ⑤ $(\sqrt{2} - 5)\text{cm}$

해설

원 O의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 한다.
 그림과 같이 보조선을 그으면



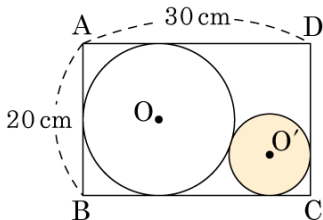
$$\overline{PR} = \overline{PO} + \overline{OR}$$

$$\sqrt{2}x + x = 5$$

$$(\sqrt{2} + 1)x = 5$$

$$x = 5(\sqrt{2} - 1)$$

10. 다음 그림에서 원 O는 직사각형 ABCD에 내접하는 큰 원이고 원 O'은 그 나머지 부분에 내접하는 작은 원이다. 원 O'의 넓이는?



① $400(10 - 17\sqrt{3})\text{cm}^2$

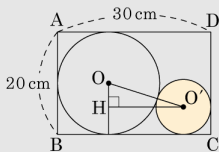
② $400(7 - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$

③ $420(10 - 19\sqrt{3})\text{cm}^2$

④ $400(100 - 20\sqrt{3})\text{cm}^2$

⑤ $410(10 - 21\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 보조선을 그어 $\triangle O'OH$ 에서

$$\overline{OO'} = 10 + x$$

$$\overline{OH} = 10 - x$$

$$\overline{O'H} = 20 - x$$

$$\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2 \text{ 에서}$$

$$(10 + x)^2 = (10 - x)^2 + (20 - x)^2$$

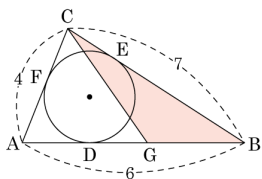
$$x^2 - 80x + 400 = 0$$

$$x = 40 \pm 20\sqrt{3}$$

x 는 30보다 작으므로 $x = (40 - 20\sqrt{3})\text{cm}$ 이다.

$$\therefore (\text{원 } O' \text{의 넓이}) = \pi(40 - 20\sqrt{3})^2 = 400(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{AC} = 4$ 이고 $\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle GBC$ 의 넓이는?



- ① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$ ② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$ ③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
 ④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = a$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 6 - a$, $\overline{CE} = \overline{CF} = 4 - a$

$\overline{BC} = (6 - a) + (4 - a) = 7$ 이므로

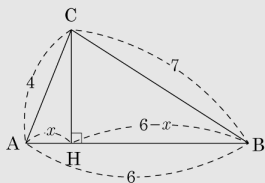
$$a = \overline{AD} = \frac{3}{2}, \quad \overline{BD} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$\overline{AD} : \overline{BD} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3$ 이므로 $\triangle DBC = \frac{3}{4} \triangle ABC$ 이고

$\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 이므로 $\triangle GBC = \frac{3}{5} \triangle DBC$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \triangle ABC = \frac{9}{20} \triangle ABC$$

다음 그림에서 $\overline{AH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = 6 - x$



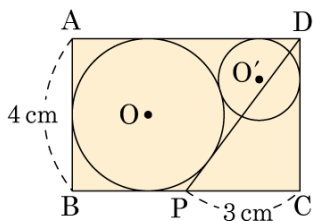
$$\overline{CH}^2 = 4^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2 \therefore x = \frac{1}{4}$$

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{CH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{255}{16}} = \frac{\sqrt{255}}{4}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{255}}{4} = \frac{3}{4} \sqrt{255}$$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{9}{20} \triangle ABC = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4} \sqrt{255} = \frac{27}{80} \sqrt{255}$$

12. 다음 그림에서 사각형 ABCD는 직사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD가 원 O에 외접하고 원 O'은 원 O에 접하고, 변 AD, CD에 접한다. 원 O'의 반지름은?



- ① $(8 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(4 + 2\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ 1cm

해설

$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.

$\triangle DPC$ 에서

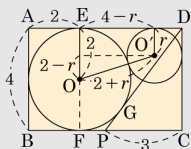
$$\begin{aligned}\overline{DP} &= \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$$

$$\text{또 } \overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$$

$$\overline{ED} = \overline{DG} \text{ 이므로 } x + 3 = 5 - x, x = 1$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$$



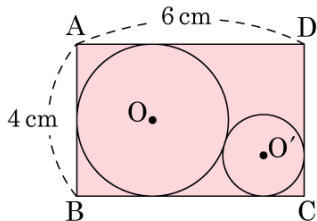
원 O'의 반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(2 + r)^2 = (2 - r)^2 + (4 - r)^2$$

$$r^2 - 16r + 16 = 0$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3}(\because 0 < r < 2)$$

13. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 그려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 그려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?



① $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$

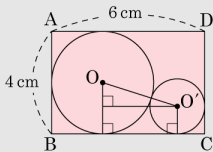
② $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$

③ $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$

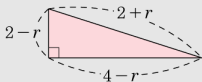
④ $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$

⑤ $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설



작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 라고 하면 큰 원의 반지름은 2cm 이므로



$$(2 - r)^2 + (4 - r)^2 = (2 + r)^2$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$