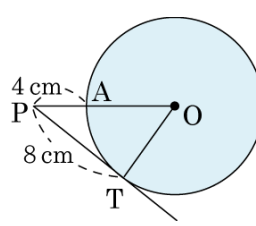


1. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 8\text{ cm}$, $\overline{PA} = 4\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?



- ① $24\pi\text{ cm}^2$ ② $36\pi\text{ cm}^2$
 ③ $49\pi\text{ cm}^2$ ④ $60\pi\text{ cm}^2$
 ⑤ $65\pi\text{ cm}^2$

해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면, $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여
 $(r+4)^2 = 64 + r^2$
 $\therefore r = 6$
 따라서 원의 넓이는 $\pi r^2 = 36\pi\text{ cm}^2$ 이다.

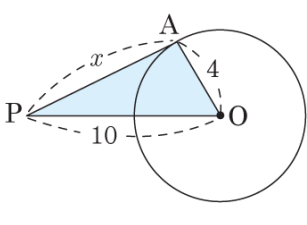
2. 한 원의 반지름의 길이가 10 cm 이라고 한다. 이 원의 중심 O로부터 15 cm 떨어진 점 P에서 이 원에 그은 접선의 길이는?
- ① $2\sqrt{5}$ (cm) ② $4\sqrt{5}$ (cm) ③ $5\sqrt{5}$ (cm)
④ $7\sqrt{5}$ (cm) ⑤ $9\sqrt{5}$ (cm)

해설

$\triangle OTP$ 에서 $\overline{PT} = \sqrt{15^2 - 10^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$ (cm)

3. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는? (단, $\overline{PA}$ 는 원 O 의 접선)

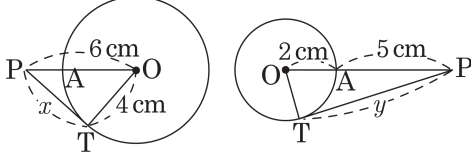
- ① $5\sqrt{3}$
 ② $3\sqrt{13}$
- ③ $4\sqrt{21}$
 ④ $4\sqrt{23}$
- ⑤ $9\sqrt{3}$



해설

$\angle A = 90^\circ$ 이므로
 $10^2 = x^2 + 4^2, \quad x = 2\sqrt{21}$
 따라서 $\triangle PAO = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{21} \times 4 = 4\sqrt{21}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선일 때, xy 의 값은?

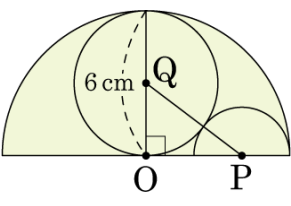


- ① 30 ② 32 ③ 40 ④ 46 ⑤ 52

해설

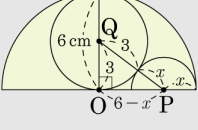
$\angle T = 90^\circ$ 이므로
 $x = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$
 $\angle T = 90^\circ$ 이므로
 $y = \sqrt{5^2 - 2^2} = 3\sqrt{5}(\text{cm})$
 $\therefore xy = 2\sqrt{5} \times 3\sqrt{5} = 30$

5. 다음 그림과 같이 반원 P 와 원 Q 가 외부에서 접하고 원 Q 가 반원 O 의 내부에서 접하고 있다. 원 Q 의 지름의 길이가 6 cm 일 때, 반원 P 의 반지름의 길이는?



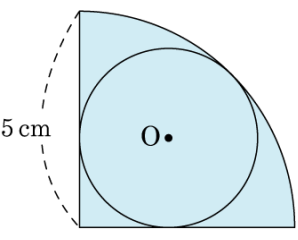
- ① 1 cm ② 2 cm ③ 2.5 cm
 ④ 3 cm ⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서
 $\overline{PQ} = 3 + x, \overline{OQ} = 3, \overline{OP} = 6 - x$
 $\therefore (x + 3)^2 = 3^2 + (6 - x)^2, 18x = 36$
 $\therefore x = 2$

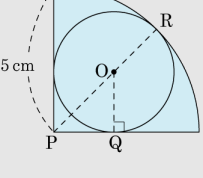
6. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm인 사분원에 내접하는 원 O가 있다. 원 O의 반지름의 길이는?



- ① $(5\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ② $(4\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ③ $(3\sqrt{2} - 5)\text{cm}$
 ④ $(2\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ⑤ $(\sqrt{2} - 5)\text{cm}$

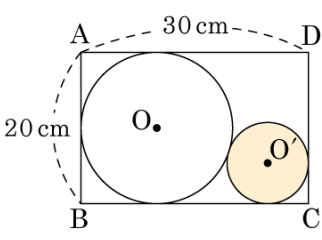
해설

원 O의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 한다.
 그림과 같이 보조선을 그으면



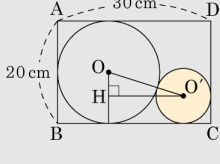
$$\begin{aligned} \overline{PR} &= \overline{PO} + \overline{OR} \\ \sqrt{2}x + x &= 5 \\ (\sqrt{2} + 1)x &= 5 \\ x &= 5(\sqrt{2} - 1) \end{aligned}$$

7. 다음 그림에서 원 O는 직사각형 ABCD에 내접하는 큰 원이고 원 O'은 그 나머지 부분에 내접하는 작은 원이다. 원 O'의 넓이는?



- ① $400(10 - 17\sqrt{3})\text{cm}^2$ ② $400(7 - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ③ $420(10 - 19\sqrt{3})\text{cm}^2$ ④ $400(100 - 20\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ⑤ $410(10 - 21\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 보조선을 그려 $\triangle O'O'H$ 에서

$$\overline{OO'} = 10 + x$$

$$\overline{OH} = 10 - x$$

$$\overline{O'H} = 20 - x$$

$$\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2 \text{에서}$$

$$(10 + x)^2 = (10 - x)^2 + (20 - x)^2$$

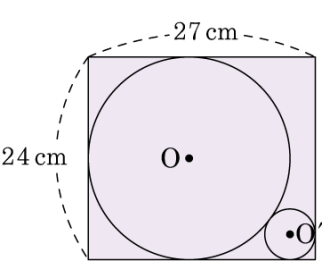
$$x^2 - 80x + 400 = 0$$

$$x = 40 \pm 20\sqrt{3}$$

x 는 30보다 작으므로 $x = (40 - 20\sqrt{3})\text{cm}$ 이다.

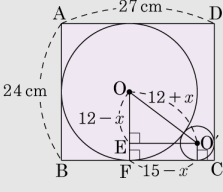
$$\therefore (\text{원 } O' \text{의 넓이}) = \pi(40 - 20\sqrt{3})^2 = 400(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^2)$$

8. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 27 cm, 24 cm 인 직사각형에 서로 접하는 두 원이 있다. 이때 작은 원의 반지름은?



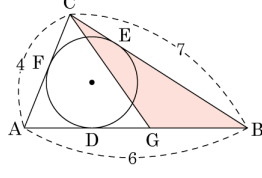
- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



큰 원의 반지름은 12 cm
 작은 원의 반지름을 x cm 라 하면
 $\overline{OO'} = 12 + x$, $\overline{OE} = 12 - x$, $\overline{O'E} = \overline{CF} - x = 15 - x$ 이므로
 $(12 + x)^2 = (12 - x)^2 + (15 - x)^2$
 $x = 3$

9. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다. $AB = 6$, $BC = 7$, $AC = 4$ 이고 $DG : GB = 2 : 3$ 일 때, $\triangle GBC$ 의 넓이는?



- ① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$ ② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$ ③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
 ④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = a$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 6 - a$, $\overline{CE} = \overline{CF} = 4 - a$

$\overline{BC} = (6 - a) + (4 - a) = 7$ 이므로

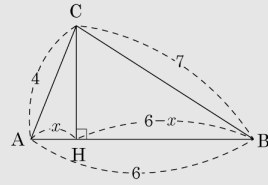
$$a = \overline{AD} = \frac{3}{2}, \overline{BD} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$\overline{AD} : \overline{BD} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3$ 이므로 $\triangle DBC = \frac{3}{4}\triangle ABC$ 이고

$\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 이므로 $\triangle GBC = \frac{3}{5}\triangle DBC$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \triangle ABC = \frac{9}{20}\triangle ABC$$

다음 그림에서 $\overline{AH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = 6 - x$



$$\overline{CH}^2 = 4^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2 \therefore x = \frac{1}{4}$$

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{CH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{255}{16}} = \frac{\sqrt{255}}{4}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{255}}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{255}$$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{9}{20}\triangle ABC = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4}\sqrt{255} = \frac{27}{80}\sqrt{255}$$