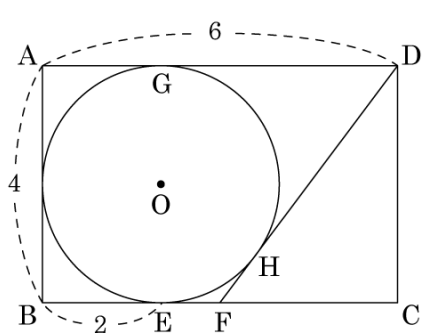


1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 세 변의 접하는 원 O가 있다. $\overline{DF}$ 가 원의 접선이고 세 점 E, G, H가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

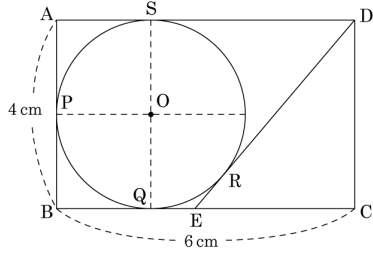


- ① $\overline{AG}$ 의 길이는 2이다.
 ② $\overline{DH}$ 의 길이의 길이는 4이다.
 ③ $\overline{EF} = 1$ 이다.
 ④ $\overline{CF} = 4$ 이다.
 ⑤ $\triangle CDF$ 의 넓이는 6이다.

해설

- ③ $\overline{EF} = x$ 라 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는
 $\overline{CF} = (4 - x)$, $\overline{DF} = (4 + x)$ 이므로 피타고라스의 성질에 의해
 $(4 + x)^2 = 4^2 + (4 - x)^2$
 $\therefore x = 1$
 ④ $\overline{CF} = 4 - 1 = 3$
 ⑤ $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

2. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 안에 원 O 와 $\triangle CDE$ 가 접하고 있다. $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이를 구할 때, 다음 번호에 알맞게 쓴 것이 아닌 것은?



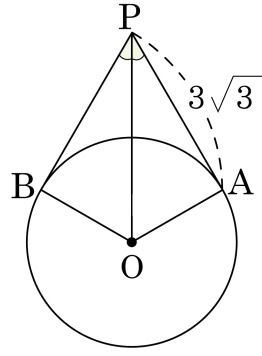
$$\begin{aligned} \overline{AP} &= \overline{AS} = 2 \\ \overline{DS} &= \overline{DA} - \overline{AS} = 4 \\ (\triangle CDE \text{의 둘레}) &= \overline{CD} + \overline{DE} + \overline{EC} \\ &= \overline{CD} + (\overline{DR} + \overline{RE}) + \textcircled{1} \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{2} + \overline{EC}) \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + (\textcircled{3} + \overline{EC}) \\ &= \overline{CD} + \overline{DR} + \textcircled{4} \\ &= \textcircled{5} \end{aligned}$$

- ① $\overline{EC}$ ② $\overline{RE}$ ③ $\overline{EQ}$ ④ $\overline{CQ}$ ⑤ 16cm

해설

⑤ $4 + 4 + 4 = 12(\text{cm})$

3. 점 A, B 는 원 O 의 접점이고 $\angle APB = 60^\circ$, $\overline{PA} = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{PO}$ 의 길이는?

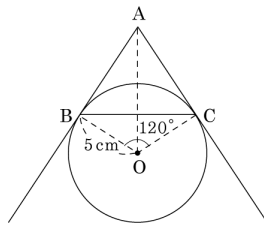


- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHS 합동)
 따라서 $\angle APO = 30^\circ$, $\angle POA = 60^\circ$
 $\overline{AO} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$, $\overline{PO} = 6$

4. 다음 그림에서 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 는 원 O 의 접선이고 두 점 B, C 는 원 O 의 접점이다. $\angle BOC = 120^\circ$, $\overline{BO} = 5\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

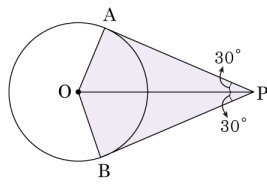


- ① $\overline{AB} = \overline{AC}$ ② $\overline{AO} = 12\text{cm}$
 ③ $\angle OBA = \angle OCA$ ④ $\angle BAO = 30^\circ$
 ⑤ $\triangle OAB \cong \triangle OAC$

해설

$\angle BAO = 30^\circ$ 이므로
 $1 : 2 = 5 : \overline{AO} \quad \therefore \overline{AO} = 10\text{cm}$

5. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{AP} = 4\sqrt{3}\text{cm}$ 일 때, 색칠한 도형의 둘레는?



- ① 6cm ② $(6 + 6\sqrt{2})\text{cm}$ ③ $12\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $(4 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 + 8\sqrt{3})\text{cm}$

해설

$$\sqrt{3} \overline{OA} = \overline{AP}$$

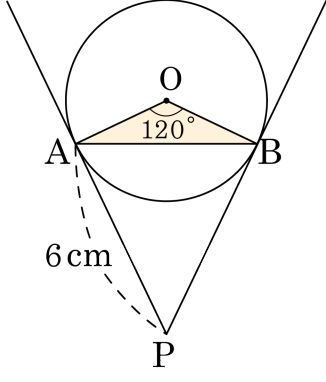
$$\sqrt{3} \overline{OA} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{OA} = 4\text{cm}$$

따라서 색칠된 도형의 둘레는

$$(8 + 8\sqrt{3})\text{cm}$$

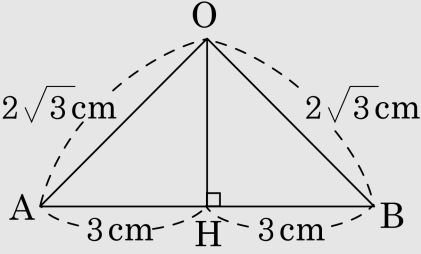
6. 다음 그림에 두 직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle APB = 60^\circ$, $\overline{AP} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는?



- ① 4cm^2 ② $3\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ 10cm^2
 ④ $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\text{cm}^2$

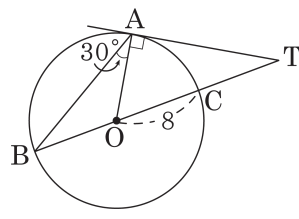
해설

$\angle APB = 60^\circ$, $\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 정삼각형이다. 따라서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이다.



$\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle OAP$ 에서 $\angle OPA = 30^\circ$, $\angle AOP = 60^\circ$
 $\overline{AO} : \overline{AP} = 1 : \sqrt{3} = \overline{AO} : 6 \quad \therefore \overline{AO} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$
 $\triangle OAB$ 는 이등변삼각형이므로 점 O 에서 내린 수선의 발을 H 라 할 때,
 $\overline{OH} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - (3)^2} = \sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.
 $\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 6 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

7. 그림에서 $\overline{AT}$ 는 반지름의 길이가 8 인 원 O 의 접선이고 점 A 는 접점이다. $\angle BAO = 30^\circ$ 일 때, $\overline{CT}$ 의 길이를 구하면?



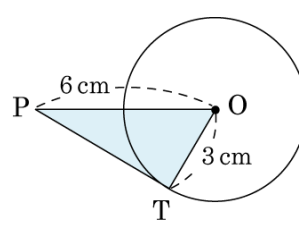
- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 13

해설

$\angle AOC = 60^\circ$, $\angle ATC = 30^\circ$, $\overline{OA} = 8$
 $1 : 2 = 8 : \overline{OT} \quad \therefore \overline{OT} = 16$
 $\therefore \overline{CT} = 16 - 8 = 8$

8. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?
(단, $\overline{PT}$ 는 원 O 의 접선)

- ① $\frac{5}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $3\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ③ $\frac{7}{2}\sqrt{3}\text{cm}^2$ ④ $4\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ⑤ $\frac{9\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$

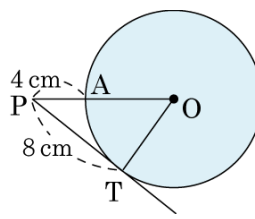


해설

$$\angle T = 90^\circ \text{ 이므로 } \overline{PT} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore 3\sqrt{3} \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$$

9. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 8\text{ cm}$, $\overline{PA} = 4\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?

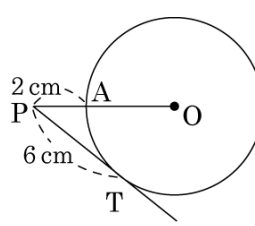


- ① $24\pi\text{ cm}^2$ ② $36\pi\text{ cm}^2$
 ③ $49\pi\text{ cm}^2$ ④ $60\pi\text{ cm}^2$
 ⑤ $65\pi\text{ cm}^2$

해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면, $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여
 $(r+4)^2 = 64 + r^2$
 $\therefore r = 6$
 따라서 원의 넓이는 $\pi r^2 = 36\pi\text{ cm}^2$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 6\text{ cm}$, $\overline{PA} = 2\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?

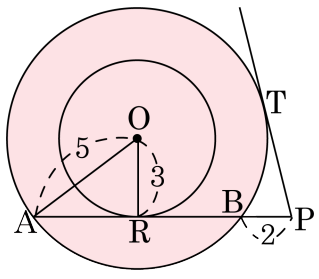


- ① 4 cm ② 6 cm ③ 7 cm
 ④ 8 cm ⑤ 12 cm

해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면,
 $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여
 $(r + 2)^2 = 36 + r^2 \therefore r = 8$

11. 다음 그림과 같이 중심이 점 O이고 반지름의 길이가 각각 3, 5인 두 동심원이 있다. 큰 원 밖의 한 점 P에서 큰 원과 작은 원에 접선 PT, PR을 그었을 때, $\overline{PT}$ 의 길이는?

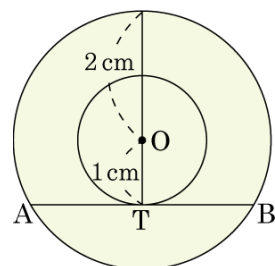


- ① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \angle ARO &= 90^\circ \text{ 이므로} \\ \overline{AR} &= \sqrt{5^2 - 3^2} = 4, \overline{AB} = 2 \times \overline{AR} = 8 \\ \overline{PT}^2 &= 2 \times (2 + 8) = 20 \quad \therefore \overline{PT} = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

12. 다음 그림과 같이 원 O를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 2cm, 1cm인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이는?

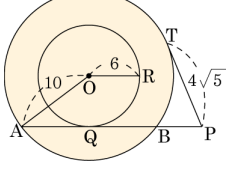


- ① 2 cm ② $2\sqrt{2}$ cm ③ $2\sqrt{3}$ cm
 ④ 4 cm ⑤ $4\sqrt{3}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= 2\text{ cm}, \overline{OT} = 1\text{ cm} \\ \overline{AT} &= \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}(\text{cm}) \\ \therefore \overline{AB} &= 2\overline{AT} = 2\sqrt{3}(\text{cm}) \end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 두 동심원의 반지름의 길이가 각각 6cm, 10cm 이고 점 Q, T 는 작은 원과 큰 원의 접점이다. 이 때, $\overline{PB}$ 의 길이는?

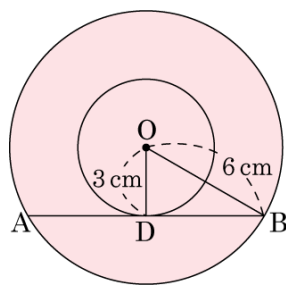


- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \overline{OQ} &= 6 \text{ 이므로 } \overline{AQ} = 8 \\ \overline{BQ} &= \overline{AQ} = 8 \\ \overline{PT}^2 &= \overline{PB} \times \overline{PA} \\ 80 &= x(x + 16) \\ \therefore x &= 4 \end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)



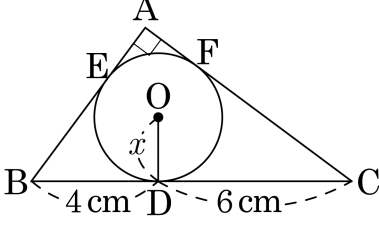
- ① $3\sqrt{3}$ cm ② $4\sqrt{3}$ cm ③ $6\sqrt{5}$ cm
 ④ $3\sqrt{5}$ cm ⑤ $6\sqrt{3}$ cm

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 3\sqrt{3} \times 2 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

15. 다음 그림에서 점 D, E, F는 직각삼각형 ABC와 내접원 O의 접점일 때, 원 O의 넓이는?

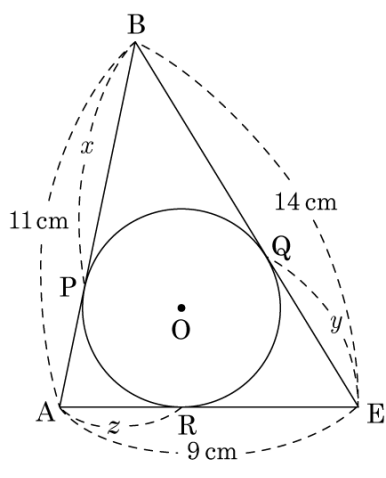


- ① πcm^2 ② $2\pi\text{cm}^2$ ③ $3\pi\text{cm}^2$
④ $4\pi\text{cm}^2$ ⑤ $5\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이므로
 $\overline{AB} = (4 + x)\text{cm}$, $\overline{AC} = (6 + x)\text{cm}$ 이다.
 $(4 + x)^2 + (6 + x)^2 = 10^2$
 $2x^2 + 20x + 52 = 100$
 $x^2 + 10x - 24 = 0$
 $(x - 2)(x + 12) = 0$
따라서 $x = 2$ ($x > 0$) 이므로
원 O의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi$ (cm^2)

16. 원 O는 $\triangle ABC$ 에 내접한다고 한다. 점 P, Q, R는 각 변의 접점이고, $\overline{AB} = 11\text{ cm}$, $\overline{BC} = 14\text{ cm}$, $\overline{AC} = 9\text{ cm}$ 라고 할 때, $2x + 2y + 2z$ 의 값은?

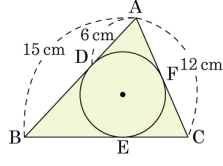


- ① 35 (cm) ② 34 (cm) ③ 33.5 (cm)
 ④ 33 (cm) ⑤ 32 (cm)

해설

$\overline{PQ} = \overline{PB}$, $\overline{PA} = \overline{AR}$, $\overline{RE} = \overline{QE}$ 이므로
 $2x + 2y + 2z = 34(\text{cm})$

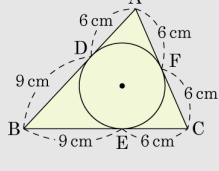
17. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 $\triangle ABC$ 와 그 내접원과 접점이다.
 $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



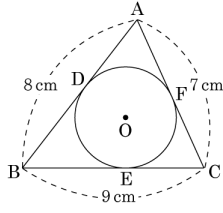
- ① 15cm ② 16cm ③ 17cm ④ 18cm ⑤ 19cm

해설

$$\overline{BC} = 9 + 6 = 15 (\text{cm})$$



18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내접원 O 가 $\triangle ABC$ 의 각 변과 점 D, E, F 에서 접할 때, $\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE}$ 는?

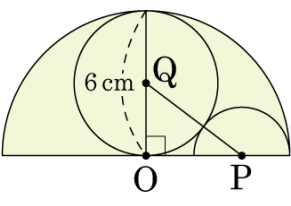


- ① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 13cm ⑤ 14cm

해설

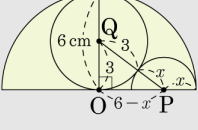
$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 2(\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE})$ 이므로
 $\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE} = \frac{1}{2} \times (7 + 8 + 9) = 12(\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 반원 P와 원 Q가 외부에서 접하고 원 Q가 반원 O의 내부에서 접하고 있다. 원 Q의 지름의 길이가 6 cm일 때, 반원 P의 반지름의 길이는?



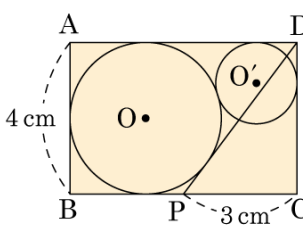
- ① 1 cm
 ② 2 cm
 ③ 2.5 cm
- ④ 3 cm
 ⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서
 $\overline{PQ} = 3 + x, \overline{OQ} = 3, \overline{OP} = 6 - x$
 $\therefore (x + 3)^2 = 3^2 + (6 - x)^2, 18x = 36$
 $\therefore x = 2$

20. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직 사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD 가 원 O 에 외 접하고 원 O' 은 원 O 에 접하고, 변 AD, CD 에 접한다. 원 O' 의 반지름 은?



- ① $(8 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(4 + 2\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ 1cm

해설

$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.

$\triangle DPC$ 에서

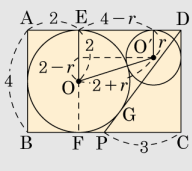
$$\begin{aligned}\overline{DP} &= \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$$

$$\text{또 } \overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$$

$$\overline{ED} = \overline{DG} \text{ 이므로 } x + 3 = 5 - x, x = 1$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$$



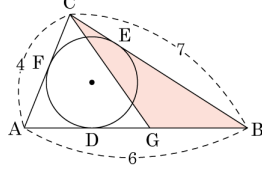
원 O' 의 반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(2 + r)^2 = (2 - r)^2 + (4 - r)^2$$

$$r^2 - 16r + 16 = 0$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3}(\because 0 < r < 2)$$

21. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{AC} = 4$ 이고 $\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle GBC$ 의 넓이는?



- ① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$ ② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$ ③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
 ④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$ ⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = a$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 6 - a$, $\overline{CE} = \overline{CF} = 4 - a$

$\overline{BC} = (6 - a) + (4 - a) = 7$ 이므로

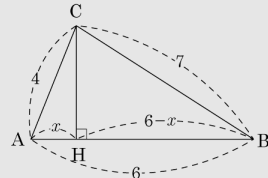
$$a = \overline{AD} = \frac{3}{2}, \overline{BD} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$$

$\overline{AD} : \overline{BD} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3$ 이므로 $\triangle DBC = \frac{3}{4}\triangle ABC$ 이고

$\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 이므로 $\triangle GBC = \frac{3}{5}\triangle DBC$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \triangle ABC = \frac{9}{20}\triangle ABC$$

다음 그림에서 $\overline{AH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = 6 - x$



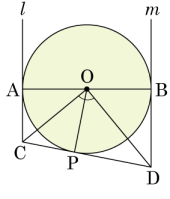
$$\overline{CH}^2 = 4^2 - x^2 = 7^2 - (6 - x)^2 \therefore x = \frac{1}{4}$$

$$\triangle AHC \text{ 에서 } \overline{CH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{16 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{255}{16}} = \frac{\sqrt{255}}{4}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{255}}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{255}$$

$$\therefore \triangle GBC = \frac{9}{20}\triangle ABC = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4}\sqrt{255} = \frac{27}{80}\sqrt{255}$$

22. 다음 그림과 같이 원 O의 지름 AB의 양 끝점에서 그은 접선과 원 O 위의 점 P에서 그은 접선이 만나는 점을 각각 C, D라고 할 때, 옳지 않은 것은?

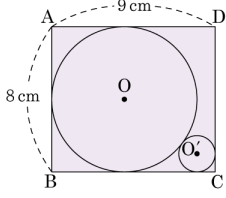


- ① $\triangle AOC \equiv \triangle POC$
- ② $\angle AOC = \angle POC$
- ③ $\triangle BOD \equiv \triangle POD$
- ④ $\angle BOD = \angle POD$
- ⑤ $\angle COP = \angle DOP$

해설

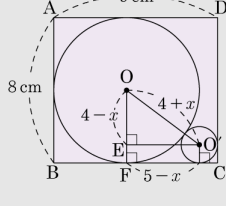
$\triangle AOC \equiv \triangle POC$ 이므로 $\angle AOC = \angle POC$
 $\triangle BOD \equiv \triangle POD$ 이므로 $\angle BOD = \angle POD$

23. 다음 그림과 같이 가로 길이가 9cm, 세로 길이가 8cm인 직사각형에 서로 접하는 두 원이 있다. 이때 큰 원과 작은 원의 넓이의 합은?



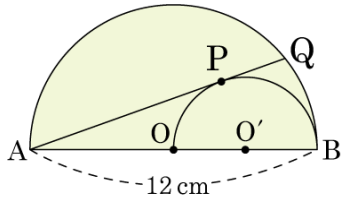
- ① $4\pi\text{cm}^2$
- ② $16\pi\text{cm}^2$
- ③ $17\pi\text{cm}^2$
- ④ $18\pi\text{cm}^2$
- ⑤ $20\pi\text{cm}^2$

해설



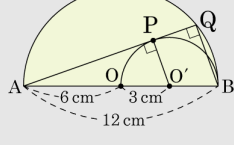
큰 원의 반지름은 4cm,
작은 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면
 $\overline{OO'} = 4 + x$, $\overline{OE} = 4 - x$, $\overline{O'E} = \overline{CF} = 5 - x$ 이므로
 $(4 + x)^2 = (4 - x)^2 + (5 - x)^2$
 $x^2 - 26x + 25 = 0, (x - 1)(x - 25) = 0 \therefore x = 1$
따라서 두 원의 넓이의 합은 $\pi \times 4^2 + \pi \times 1^2 = 17\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

24. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 를 지름으로 하는 반원 O 안에 $\overline{OB}$ 를 지름으로 하는 반원 O' 이 있다. $\overline{AQ}$ 가 반원 O' 의 접선이며 점 P 가 접점이라 할 때, $\overline{AQ}$ 의 길이는?



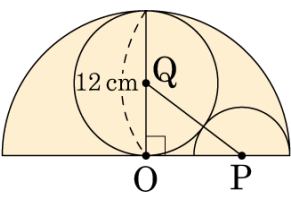
- ① $6\sqrt{5}\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\text{cm}$ ③ $7\sqrt{5}\text{cm}$
 ④ $8\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $8\sqrt{3}\text{cm}$

해설



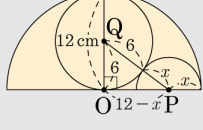
$\overline{AO'}^2 + \overline{O'P}^2 = \overline{AP}^2$ 이므로
 $9^2 = 3^2 + \overline{AP}^2 \therefore \overline{AP} = 6\sqrt{2}\text{cm}$
 $\angle APO' = 90^\circ$, 지름에 대한 원주각인 $\angle Q = 90^\circ$
 $\therefore \triangle AO'P \sim \triangle ABQ$
 $\overline{AP} : \overline{AQ} = \overline{AO'} : \overline{AB}$
 $6\sqrt{2} : \overline{AQ} = 9 : 12 = 3 : 4$
 $\therefore \overline{AQ} = \frac{4}{3} \times 6\sqrt{2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$

25. 다음 그림과 같이 반원 P 와 원 Q 가 외부에서 접하고 원 Q 가 반원 O 의 내부에서 접하고 있다. 원 Q 의 지름의 길이가 12 cm 일 때, 반원 P 의 반지름의 길이는?



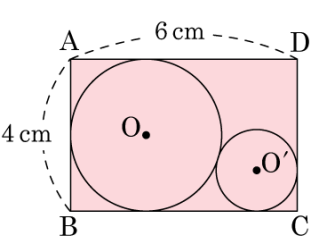
- ① 1 cm
 ② 2 cm
 ③ 2.5 cm
- ④ 3 cm
 ⑤ 4 cm

해설



작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서
 $\overline{PQ} = 6 + x$, $\overline{OQ} = 6$, $\overline{OP} = 12 - x$
 $(x + 6)^2 = 6^2 + (12 - x)^2$
 $36x = 144$
 $\therefore x = 4$

26. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 올려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 올려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?



- ① $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설

작은 원의 반지름을 $r\text{cm}$ 라고 하면 큰 원의 반지름은 2cm 이므로

$$(2-r)^2 + (4-r)^2 = (2+r)^2$$

$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$