

1. $90 \times A = B^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

90을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 90} \\ 3 \overline{) 45} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$90 = 2 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^2 \times 5 \times A = B^2$ 을 만족하는 A 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 2×5 이다.

2. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는?

- ① $2^3 \times 5^2 \times 7$ ② $2 \times 3 \times 5^2$ ③ $2^3 \times 3^2 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$
최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

3. 두 수 18 과 30 의 공배수 중 가장 작은 세 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

18 과 30 의 공배수는 18과 30의 최소공배수의 배수와 같다.

$$18 = 2 \times 3^2, 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$18 \text{ 과 } 30 \text{ 의 최소공배수는 } 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

따라서 공배수 중 가장 작은 세 자리 수는 180 이다.

4. 사탕 75 개, 초콜릿 102 개, 풍선껌 153 개를 수학 반 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕이 3 개, 초콜릿이 6 개, 풍선껌이 9 개가 남았다. 가능한 수학 반 학생 수를 모두 구하여라.

▶ 답: 명

▶ **답:** 명

▶ 정답 : 12명

▶ 정답 : 24명

해설

75 보다 3 작은 수, 102 보다 6 작은 수, 153 보다 9 작은 수는 어떤 수로 나누어 떨어진다. 그러므로 72, 96, 144 의 공약수 중 가장 큰 나머지인 9 보다 큰 수를 구한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 72 \ 96 \ 144} \\ 2 \overline{) 24 \ 48 \ 72} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \quad 48 \quad 72} \\ 2 \overline{) 18 \quad 24 \quad 36} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 18 \quad 24 \quad 36} \\ 3 \overline{) \quad 9 \quad 12 \quad 18} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 9 \ 12 \ 18} \\ \underline{3 \ 4 \ 6} \end{array}$$

$$\therefore \text{최대공약수} : 2$$

∴ 최대공약수 : $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$
최대공약수의 24 의 약수 중 0보다

최대공약수인 24 의 약수 중 9보다 큰 수는 12 와 24 이다. 따라서 12 명 또는 24 명이다.

5. 수직선 위의 두 점 A(-8), B(10) 이 있을 때, 두 점 사이의 거리와 중점을 각각 차례로 쓰면?

① 2, 1 ② 2, 0 ③ 18, 0 ④ 18, 1 ⑤ 25, 3

해설

두 점 사이의 거리 : $10 - (-8) = 18$

중점 : $(-8) + 18 \div 2 = 1$

6. 두 정수 a, b 에 관하여 $a \times b < 0$ 이라고 한다. 항상 옳은 것을 골라라.

보기

㉠ $a + b < 0$

㉡ $a < 0$

㉢ $a \times b \times a \times b > 0$

㉣ $a \times b \times b > 0$

㉤ $(-1) \times a \times b > 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

두 정수를 곱했을 때, 음의 정수가 나오려면 둘 중 하나는 음의 정수이어야 한다.

㉢에서 둘 중 하나가 음의 정수였을 때, 각각 두 번씩 곱해졌으므로 양의 정수가 된다.

㉤에서 둘 중 하나는 음의 정수 이고 거기에 -1 을 곱했으므로 양의 정수가 된다.

7. $x = -4, y = -1$ 일 때, $x^2 - 2xy + 3y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2xy + 3y^2 \\ &= (-4)^2 - 2 \times (-4) \times (-1) + 3(-1)^2 \\ &= 16 - 8 + 3 = 11 \end{aligned}$$

8. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

- ① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서
i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$
ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$
iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$
iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

9. 자연수 a 의 약수의 개수를 $f(a)$ 이라 할 때, $f(30) \times f(x) = 32$ 를 만족시키는 가장 작은 자연수 x 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$30 = 2 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로

$f(30) = (1 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 8$ 이다.

$f(30) \times f(x) = 32$ 에서 $f(x) = 4$

약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

10. $|a| < |b|$ 일 때, 다음 중에서 옳은 것을 고르면?

- ① $a < 0 < b$ 이다.
- ② 수직선 위에서 a 는 b 보다 더 왼쪽에 있다.
- ③ a, b 가 모두 음수이면 $a < b$ 이다.
- ④ 수직선 위에서 a 는 b 보다 왼쪽에 가깝다.
- ⑤ 수직선 위에서 두 수 사이의 거리는 $|a + b|$ 이다.

해설

- ①, ② 두 수의 부호를 알 수 없다.
- ③ a, b 가 모두 음수이면 절댓값이 큰 수가 더 작으므로 $b < a$ 이다.
- ⑤ 수직선 위에서 두 수 사이의 거리는 $|b - a| = |a - b|$ 이다.

11. 서로 다른 정수 A, B, C, D 가 다음을 만족할 때, A, B, C, D 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- A 는 네 수 중 가장 작다.
 - B 는 음수이다.
 - A 와 C 는 수직선에 나타냈을 때, 원점까지의 거리가 같다.
 - D 는 B 보다 작다.

- ① $A < B < C < D$

② $A < D < B < C$

③ $A < C < B < D$

④ $A < D < C < B$

⑤ $D < B < C < A$

해설

- A 는 네 수 중 가장 작다.
- B 는 음수이다. $\Rightarrow B < 0$
- A 와 C 는 수직선에 나타냈을 때, 원점까지의 거리가 같다.
 $\Rightarrow A$ 가 가장 작으므로 B 보다 작은 음수이고, C 는 양수일 것이다.
- D 는 B 보다 작다. $\Rightarrow D < B$

$A < D < B < C$

12. $\frac{1}{56} = \frac{1}{7 \times 8} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$ 인 성질을 이용하여 다음 계산을 하면?

$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$

- ① $\frac{1}{2}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ $\frac{4}{5}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \\ &= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \\ &\therefore \frac{5}{6} \end{aligned}$$

13. 거리가 20 km 인 두 지점 A, B 를 왕복하는 데, 갈 때에는 시속 4 km 로 견고, 올 때에는 시속 a km 로 걸어 왔다. 왕복하는 동안의 평균 속력을 a 의 식으로 나타낸 것은?

① $\frac{4+a}{2}$ (km/h)

② $\frac{20}{5+\frac{20}{a}}$ (km/h)

③ $5+\frac{20}{a}$ (km/h)

④ $\frac{40}{5+\frac{20}{a}}$ (km/h)

⑤ $\frac{40}{4+a}$ (km/h)

해설

갈 때에 걸린 시간은 $\frac{20}{4} = 5$ (시간) , 올 때에 걸린 시간은 $\frac{20}{a}$ (시간) 이다.

왕복하는 동안의 평균 속력은

$$\frac{\text{총 거리}}{\text{총 시간}} = \frac{20 \times 2}{5 + \frac{20}{a}} = \frac{40}{5 + \frac{20}{a}} \text{ (km/h) 이다.}$$

14. 다음 식은 세계보건기구에서 제시한 표준비만도 공식이다. 키가 170cm, 몸무게가 63kg인 학생은 어디에 속하는가?[초, 중, 고등학생]

x : 키 (cm), y : 몸무게 (kg)

$$(\text{비만도}) = \frac{y}{(x - 100) \times 0.9} \times 100$$

비만도	분류
이상 ~ 95 ^{미만}	체중미달
95 ^{이상} ~ 120 ^{미만}	정상체중
120 ^{이상} ~ 130 ^{미만}	경도비만
130 ^{이상} ~ 150 ^{미만}	중도비만
150 ^{이상} ~ ^{미만}	고도비만

- ① 체중미달
- ② 정상체중
- ③ 경도비만
- ④ 중도비만
- ⑤ 고도비만

해설

$x = 170$, $y = 63$ 을 각각 대입하면

$$\begin{aligned}(\text{비만도}) &= \frac{y}{(x - 100) \times 0.9} \times 100 \\ &= \frac{63}{(170 - 100) \times 0.9} \times 100 = 100\end{aligned}$$

따라서 비만도가 100 이므로 위 표에서 정상체중에 속한다.

15. 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $ax \times b \div c$ 는 항이 2 개이다.
- ㉡ $-5x + 4a$ 의 일차항의 계수는 -5 이고, 상수항은 $4a$ 이다.
- ㉢ $5x^2 - 4x + 3 - 5(x^2 - 1)$ 은 일차식이다.
- ㉤ $2ab + 2a + 2b + 2$ 의 차수는 2 이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉤ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $\frac{abx}{c}$ 는 항이 1 개이다.
- ㉡ $4a$ 는 상수항이 아니다.

16. 다음 다항식이 x 에 관한 일차식일 때, 일차항의 계수를 구하여라.

$$-4x^2 + ax - 5 + \frac{a}{2}x^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 x$$

- ① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 48

해설

$$\left(-4 + \frac{a}{2}\right)x^2 + \left\{a + \left(\frac{a}{2}\right)^2\right\}x - 5$$

$$-4 + \frac{a}{2} = 0 \quad \therefore a = 8$$

$$a + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 8 + 16 = 24$$

17. $\left(\frac{1}{3^{18}}\right)^{\frac{1}{n}}$ 은 정수, n 은 정수라 할 때, n 이 될 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$\left(\frac{1}{3^{18}}\right)^{\frac{1}{n}} = (3^{-18})^{\frac{1}{n}} = 3^{-\frac{18}{n}}$
 $3^{-\frac{18}{n}}$ 이 정수가 되는 n 의 값은
-1, -2, -3, -6, -9, -18로 6개이다.

18. $2^a = 32$, $5^b = 625$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$2^5 = 32$, $5^4 = 625$ 이므로 $a \times b = 20$ 이다.

19. 세 자연수 a, b, c 의 최대공약수를 $[a, b, c]$ 로 정의한다. x 는 100 이하의 자연수라 할 때, $[x, 105] = k$, $k = [a, b, c]$ 이고, $[a, b] = 6$, $[b, c] = 9$, $[c, a] = 21$ 이다. 이 때, x 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 23 개

해설

$[a, b] = 6, [b, c] = 9, [c, a] = 21$ 이므로, $[a, b, c] = 3$ 이다.
 $[x, 105] = 3$ 이 되려면 x 는 3 의 인수수를 가지면서 5 와 7 의
 인수수를 가지면 안 된다.
 따라서 x 는 100 이하의 수 중 3 의 배수이면서 5 의 배수이거나
 7 의 배수가 아닌 수이다.
 이것은 3 의 배수의 개수를 구한 후 15 의 배수와 21 의 배수를
 빼면 된다.
 $\therefore 33 - 6 - 4 = 23$

20. $(x-1):y=3:4$ 일 때, x,y 의 최소공배수가 56 이다. x,y 의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(x-1):y=3:4 \rightarrow 4 \times (x-1) = 3 \times y,$$

$$x,y \text{ 의 최소공배수가 } 56 = 2^3 \times 7$$

위 두 조건을 만족시키는 x,y 의 값은 $x=7, y=8$ 이다.

$$\therefore (x,y \text{ 의 최대공약수}) = 1$$

21. $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499}$ 을 계산하여라.

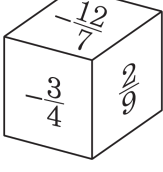
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{51}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499} \\ &= \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{49 \times 51} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) \\ & \quad + \cdots + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{25}{51} \end{aligned}$$

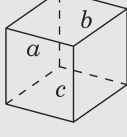
22. 다음 그림과 같은 정육면체에서 마주보는 면에 있는 두 수의 합이 $-\frac{1}{2}$ 일 때, 보이지 않는 세 면에 있는 수를 a, b, c 라고 할 때, $(a+b+c)-\frac{5}{4}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{32}{63}$

해설



$$\begin{aligned} a + \left(+\frac{2}{9}\right) &= -\frac{1}{2} \\ a &= -\frac{1}{2} + \left(-\frac{2}{9}\right) = -\frac{1}{2} - \frac{2}{9} = -\frac{9}{18} - \frac{4}{18} \\ &= -\frac{13}{18} \\ b + \left(-\frac{3}{4}\right) &= -\frac{1}{2} \\ b &= -\frac{1}{2} + \left(+\frac{3}{4}\right) = -\frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \\ c + \left(-\frac{12}{7}\right) &= -\frac{1}{2} \\ c &= -\frac{1}{2} + \left(+\frac{12}{7}\right) = -\frac{7}{14} + \frac{24}{14} = \frac{17}{14} \\ a + b + c - \frac{5}{4} &= -\frac{13}{18} + \frac{1}{4} + \frac{17}{14} - \frac{5}{4} = -\frac{13}{18} + \frac{3}{4} = -\frac{64}{126} = -\frac{32}{63} \end{aligned}$$

23. 세 정수 a, b, c 에 대하여 $a \times b \times c = -12$, $|a| = 4$, $a > b > 0 > c$ 일 때, 가능한 $a + b + c$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 6

해설

$|a| = 4, a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.
 $4 \times b \times c = -12$ 에서 $b \times c = -3$ 이다.
 $b > 0 > c$ 이므로
 $b = 1, c = -3$ 또는 $b = 3, c = -1$ 이다.
(i) $b = 1, c = -3$ 일 때,
 $a + b + c = 4 + 1 + (-3) = 2$ 이다.
(ii) $b = 3, c = -1$ 일 때,
 $a + b + c = 4 + 3 + (-1) = 6$ 이다.

24. 두 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{b} < 0, (-1)^{101} \times b > 0$ 일 때, a 와 b 의 부호로 옳은 것은?

- ① $a > 0, b = 0$ ② $a > 0, b > 0$ ③ $a > 0, b < 0$
④ $a < 0, b > 0$ ⑤ $a < 0, b < 0$

해설

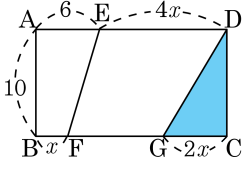
$\frac{a}{b} < 0$ 이므로 $a > 0, b < 0$ 이거나 $a < 0, b > 0$

$(-1)^{101} \times b > 0$ 에서 $-b > 0, b < 0$

$\therefore b < 0, a > 0$

25. 다음 직사각형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이가 30 일 때, □ABCD 의 넓이를 구한 것은?

- ① 100
- ② 120
- ③ 140
- ④ 160
- ⑤ 180



해설

색칠한 부분은 삼각형이므로 넓이는 (밑변) × (높이) ÷ 2 로 구한다.

$2x \times 10 \div 2 = 30, \quad x = 3$ 이다.

직사각형의 넓이는 (가로) × (세로) 이므로 가로 $6 + 4x$, 세로 10 의 곱을 구한다.

$x = 3$ 이므로 넓이는 180 이다.