

1. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax + b$ 라 할 때, $a + b = 3$ 인 인수 $ax + b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2)$
- ㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x)$
- ㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2)$
- ㉤ $x^2 - 4x + 4$
- ㉥ $2x^2 + 7x + 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉥

해설

- ㉠ $2(3x + 2) + (2x - 1)(3x + 2) = (3x + 2)(2x + 1)$
- ㉡ $2x(2x + 1) - 3(1 + 2x) = (2x + 1)(2x - 3)$
- ㉢ $(x + 2)(x - 1) - 2(x + 2) = (x + 2)(x - 3)$
- ㉤ $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$
- ㉥ $2x^2 + 7x + 6 = (2x + 3)(x + 2)$

2. $2(x+2)^2 + (x+2)(3x-1) - (3x-1)^2 = -(ax+b)(cx+d)$ 일 때, $ab+cd$ 의 값을 구하면? (단, a, c 는 양수)

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$x+2=A$, $3x-1=B$ 로 치환하면
 $2A^2+AB-B^2=(2A-B)(A+B)$
 $=(2x+4-3x+1)(x+2+3x-1)$
 $=(x-5)(4x+1)$
 $\therefore ab+cd=1 \times (-5) + 4 \times 1 = -1$

3. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

4. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1(\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y+xy^3 = xy(x^2+y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

5. $a^2 = 12, b^2 = 18$ 일 때, $\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right)$ 의 값은?

① -9

② -8

③ -6

④ -5

⑤ -3

해설

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{2}a + \frac{2}{3}b\right)\left(\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b\right) &= \left(\frac{1}{2}a\right)^2 - \left(\frac{2}{3}b\right)^2 \\ &= \frac{1}{4}a^2 - \frac{4}{9}b^2 \\ &= \frac{1}{4} \times 12 - \frac{4}{9} \times 18 \\ &= 3 - 8 = -5\end{aligned}$$

6. $(3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1)$ 을 전개하면?

① $3a^2 - 2b^2 - 1$

② $9a^2 - 4b^2 - 1$

③ $9a^2 + 2b - 2b^2 - 1$

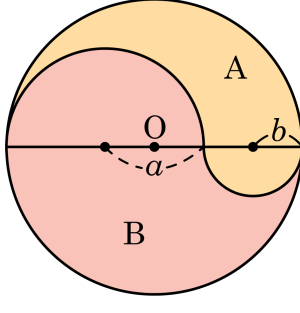
④ $9a^2 + 2b - 4b^2 - 1$

⑤ $9a^2 - 4b^2 + 4b - 1$

해설

$$\begin{aligned} & (3a - 2b + 1)(3a + 2b - 1) \\ &= \{3a - (2b - 1)\} \{3a + (2b - 1)\} \\ &= (3a)^2 - (2b - 1)^2 \\ &= 9a^2 - (4b^2 - 4b + 1) \\ &= 9a^2 - 4b^2 + 4b - 1 \end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B의 넓이의 차는?



- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(A의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\
 &= \pi(ab + b^2) \\
 & \text{(B의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\
 &= \pi(ab + a^2) \\
 \therefore B - A &= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\
 &= \pi(a^2 - b^2) \\
 &= \pi(a-b)(a+b)
 \end{aligned}$$

8. 자연수 x, y 에 대하여 xy 를 5 로 나누면 3 이 남고 y 를 5 로 나누면 3 이 남을 때, 자연수 x 를 5 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

x 를 5 로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 R , y 를 5 로 나누었을 때의 몫을 b 라고 하면

$$x = 5a + R, y = 5b + 3$$

$$\begin{aligned} xy &= (5a + R)(5b + 3) \\ &= 25ab + 15a + 5bR + 3R \\ &= 5(5ab + 3a + bR) + 3R \end{aligned}$$

이 때 $0 \leq R \leq 4$ 이므로 xy 를 5 로 나누었을 때의 나머지가 3 이 되려면 $R = 1$ 이 되어야 한다.

따라서 x 를 5 로 나누었을 때의 나머지는 1 이다.

9. $x + \frac{1}{x} = 3$ 일 때, $x^3 - 8x + 6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 의 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 = 3x - 1$$

$$\therefore x^3 = 3x^2 - x,$$

$$\therefore x^3 - 8x + 6 = 3x^2 - x - 8x + 6 = 3(x^2 - 3x + 2) = 3(3x - 1 - 3x + 2) = 3$$

10. 연속한 두 자연수의 제곱의 차가 97 일 때, 두 수 중 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

연속하는 두 수를 작은 수부터 차례로 $a, a+1$ 이라 하면 두 수의 제곱의 차는

$$(a+1)^2 - a^2 = 97$$

$$a^2 + 2a + 1 - a^2 = 97$$

$$2a + 1 = 97$$

$$2a = 96$$

$$\therefore a = 48$$

따라서 큰 자연수는 49 이다.

11. $2006 \times 2008 - 4012 - 2005 \times 2007$ 를 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$2006 = t$ 라 하면
(주어진 식) $= t(t+2) - 2t - (t-1)(t+1) = 1$

12. $(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b - 2^c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned} & (3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) \\ &= a3^b - 2^c \text{ 에서 양변에 } (3-2) \text{ 를 곱하면} \\ & (3-2)(3+2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = (3-2)(a3^b - 2^c) \\ & (3^2-2^2)(3^2+2^2)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b - 2^c \\ & (3^4-2^4)(3^4+2^4)(3^8+2^8)(3^{16}+2^{16}) = a3^b - 2^c \\ & 3^{32} - 2^{32} = a3^b - 2^c \\ \therefore a &= 1, b = 32, c = 32 \\ \therefore a + b + c &= 65 \end{aligned}$$