

1. 다음 보기에서 옳은 것의 개수는?

보기

- ㉠ $\frac{\pi}{4}$ 는 유리수가 아니다.
- ㉡ 모든 무한소수는 무리수이다.
- ㉢ $1 - \sqrt{7}, \sqrt{121}, -\sqrt{15^2}, \pi$ 는 모두 무리수이다.
- ㉣ 무리수이면서 유리수인 수는 없다.
- ㉤ 음이 아닌 수의 제곱근은 반드시 2개가 있고, 그 절댓값은 같다.

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

- ㉡ 순환소수는 유리수이다.
- ㉢ $\sqrt{121}, -\sqrt{15^2}$ 는 유리수이다.
- ㉤ 0의 제곱근은 0의 1개 뿐이다.

2. $\sqrt{18}+3$ 과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a , $2\sqrt{7}$ 과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 4

② 2

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2)=\sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2>0$$

$$\therefore \sqrt{18}+3>\sqrt{15}-2$$

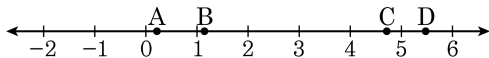
$$\textcircled{2} \quad 2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1=\sqrt{28}-\sqrt{18}+1>0$$

$$\therefore 2\sqrt{7}>3\sqrt{2}-1$$

$$\therefore a=\sqrt{18}+3=3\sqrt{2}+3, b=3\sqrt{2}-1$$

$$b-a=3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3)=-4 \text{ 이다.}$$

3. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2$, $3\sqrt{2}-4$, $4-2\sqrt{2}$, $3+\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?



① $a + b = \sqrt{2}$

② $c + d = 3\sqrt{3} + 5$

③ $3(a + b) > c + d$

④ $b - a > 0$

⑤ $c - d < 0$

해설

$$\sqrt{12} + 2 = 5. \times \times \times \leftarrow d$$

$$3\sqrt{2} - 4 = 0. \times \times \times \leftarrow a$$

$$4 - 2\sqrt{2} = 1. \times \times \times \leftarrow b$$

$$3 + \sqrt{3} = 4. \times \times \times \leftarrow c$$

$$\textcircled{3} \quad a + b = \sqrt{2} \rightarrow 3(a + b) = 3\sqrt{2}$$

$$c + d = 3\sqrt{3} + 5$$

$$\begin{aligned} \therefore 3(a + b) - (c + d) &= 3\sqrt{2} - (3\sqrt{3} + 5) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{27} - 5 < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 3(a + b) < c + d$$

4. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다.
 x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x = 100a$, $y = 10b$

② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$

③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$

④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$

⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore x = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

$$\therefore y = \frac{b}{10}$$

5. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$$

$$xy = 30$$

$$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6), \\ (6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$$

6. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

7. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르시오.

보기

㉠ 양수 A 의 제곱근이 a 이면 $A = a^2$ 이다.

㉡ a 가 제곱근 16 이면 $a = 4$ 이다.

㉢ 제곱근 $\frac{4}{9}$ 의 값은 $\pm\frac{2}{3}$ 이다.

㉣ 25 의 제곱근은 ± 5 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 제곱근 $\frac{4}{9} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

8. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.

② 1.5 의 제곱근은 1 개이다.

③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.

④ 제곱근 25 는 5 이다.

⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

② 1.5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.5}$ 로 2 개이다.

⑤ 0 의 제곱근은 0 이다.

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.

② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.

③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.

④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.

② 0 의 제곱근은 0 이다.

⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

10. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.

② a^2 의 제곱근은 a 이다.

③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.

⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.

② a^2 의 제곱근은 $\pm a$

④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

11. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{36}$

㉡ 25

㉢ $\sqrt{(-3)^2}$

㉤ 1.6

㉥ $\frac{49}{9}$

㉦ $\frac{81}{6}$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉡, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉡, ㉤, ㉦

해설

㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.

㉤ (1.6 의 제곱근) $= \pm\sqrt{1.6}$ (1.6 은 제곱수가 아니다.)

㉦ $\left(\frac{81}{6}\right)$ 의 제곱근 $= \pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

12. 부등식 $-\sqrt{\frac{5}{2}} < x \leq \sqrt{A}$ 를 만족하는 정수가 모두 3 개일 때, A 가 될 수 있는 자연수를 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$-\sqrt{\frac{5}{2}} < x \leq \sqrt{A} \text{ 인 정수가 모두 3 개가 되려면 } 1 \leq \sqrt{A} < 2$$

따라서 $1 \leq A < 4$ 이므로 $A = 1, 2, 3$ 이다.

$$\therefore 1 + 2 + 3 = 6$$

13. $x = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^3 - 4x^2 + 2x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 - \sqrt{3}$

해설

$x - 2 = \sqrt{3}$ 에서 양변을 제곱하여 정리하면

$$x^2 - 4x = -1$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{주어진 식}) &= x(x^2 - 4x) + 2x + 1 \\ &= x + 1 = 2 - \sqrt{3} + 1 \\ &= 3 - \sqrt{3}\end{aligned}$$

14. 연립방정식 $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$ 를 풀면?

① $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

② $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

③ $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

④ $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

⑤ $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \textcircled{A} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} \times 2\sqrt{2} + \textcircled{B} \times \sqrt{3}$ 을 하면

$$\begin{array}{rcl} 4x + 2\sqrt{6}y & = & 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y & = & -2\sqrt{3} \\ \hline 7x & = & 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

$\textcircled{B}$ 에 $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$ 을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

15. $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. 예를 들면 $[3] = 3$, $[3.4] = 3$ 이다.

$a = 3 + \sqrt{5}$ 일 때, $\frac{[a] + 5}{a - 3} + \frac{3a}{[a] - a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-33 - 13\sqrt{5}$

해설

$[3 + \sqrt{5}] = 5$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{10}{\sqrt{5}} + \frac{3(3 + \sqrt{5})}{5 - (3 + \sqrt{5})} \\&= \frac{10\sqrt{5}}{5} + \frac{3(3 + \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})}{4 - 5} \\&= 2\sqrt{5} - 3(6 + 5\sqrt{5} + 5) \\&= -33 - 13\sqrt{5}\end{aligned}$$

16. 정육면체 A, B의 길넓이 비가 4 : 9이고, 두 정육면체의 부피의 합이 280 cm^3 일 때, A, B의 한 모서리의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $A = 4\text{ cm}$

▷ 정답 : $B = 6\text{ cm}$

해설

A, B의 한 모서리의 길이를 각각 $a\text{ cm}$, $b\text{ cm}$ 라고 하면
A, B의 길넓이의 비는 $6a^2 : 6b^2 = 4 : 9$ 이므로 $a : b = 2 : 3$

$$\therefore b = \frac{3}{2}a$$

A, B의 부피의 합은 $a^3 + b^3 = 280$,

$$a^3 + \left(\frac{3}{2}a\right)^3 = 280, a^3 = 64,$$

$$\therefore a = 4, b = 6$$

따라서 A, B의 한 모서리의 길이는 각각 4 cm, 6 cm이다.

17. $\sqrt{2}$ 의 소수 부분을 a , $\frac{1}{a}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $(a+3)x - (b-3)y = 1$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{1}{6}$

▷ 정답 : $y = \frac{1}{6}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } a = \sqrt{2} - 1$$

$$\frac{1}{a} = \sqrt{2} + 1 \text{ 이고, } 2 < \sqrt{2} + 1 < 3 \text{ 이므로 } b = \sqrt{2} - 1$$

$(a+3)x - (b-3)y = 1$ 에 각각 대입하면

$$(\sqrt{2}+2)x - (\sqrt{2}-4)y = 1$$

$$(x-y)\sqrt{2} + (2x+4y-1) = 0$$

따라서 $x-y=0$, $2x+4y-1=0$ 을 연립하면 $x=y=\frac{1}{6}$ 이다.

18. a, b 가 $ab = 8, a - b = 2$ 를 만족하는 양수일 때, $\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} - 1$

해설

$a - b = 2, a = 2 + b$ 이므로 $ab = 8$ 에 대입하면

$$(2 + b)b = 8$$

$$\therefore b^2 + 2b - 8 = 0$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore a = 2 + b = 2 + 2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{4}{2}} - \sqrt{\frac{2 \times 2}{4}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 이다.}$$

19. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{1}{\sqrt{2} - 1} = \sqrt{2} + 1 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - (\sqrt{2} + 1)}} \\ &= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} + 1} \\ &= \sqrt{2} - (\sqrt{2} - 1) \\ &= 1 \end{aligned}$$

20. $\sqrt{3} + 1$ 의 소수 부분을 a , $3 - \sqrt{3}$ 의 소수 부분을 b 라 할 때, $(x, y) = (a, b)$ 는 식 $\sqrt{3}(x + m) + ny - 11 = 0$ 의 해이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = 5$

▷ 정답: $n = 4$

해설

$$2 < \sqrt{3} + 1 < 3 \text{ 이므로 } a = \sqrt{3} + 1 - 2 = \sqrt{3} - 1$$

$$1 < 3 - \sqrt{3} < 2 \text{ 이므로 } b = 3 - \sqrt{3} - 1 = 2 - \sqrt{3}$$

a, b 를 $\sqrt{3}(x + m) + ny - 11 = 0$ 에 대입하면

$$\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1 + m) + n(2 - \sqrt{3}) - 11 = 0$$

$$\sqrt{3}(m - n - 1) + 2n - 8 = 0$$

따라서 $m - n - 1 = 0$, $2n - 8 = 0$ 을 연립하면 $m = 5$, $n = 4$ 이다.