1. 다음 중 x, y 에 관한 일차방정식은 모두 몇 개인가?

(ㄱ) $2x-3y+4=0$
(ㄴ) $y=3x-4$
(ㄷ) $2xy+x-y=0$
(ㄹ) $y=2x^2-3$
(ㅁ) $2x=4y-6$
(ㅂ) $y=\dfrac{1}{x}+2$
(ㅅ) $3x-y^2=0$
(ㅇ) $x+y=0$
(ㅈ) $3x=-y-6$
(ㅊ) $2x+y=2x-1$
(ㅋ) $x=y(y-1)$
(ㅌ) $y=2x$
(ㅍ) $3x-5=1$

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

미지수 x, y 인 2 개로 이루어진 일차방정식은 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 $ax+by+c=0$ ($a\neq 0$, $b\neq 0$, a, b, c는 상수) 형태를 갖는다. 따라서 (ㄱ),(ㄴ),(ㅁ),(ㅇ),(ㅈ),(ㅌ)이다.

2. 다음 보기의 순서쌍 중에서 일차방정식 $3x - 2y - 7 = 0$ 의 해를 모두 고르면?

보기

㉠ $(3,\ 1)$
㉡ $\left(-\frac{2}{3},\ -\frac{9}{2}\right)$
㉢ $\left(1,\ \frac{5}{3}\right)$
㉣ $\left(\frac{1}{2},\ -\frac{11}{4}\right)$
㉤ $\left(\frac{9}{2},\ \frac{5}{2}\right)$
㉥ $(5,\ 4)$

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉢, ㉣, ㉥ ③ ㉠, ㉢, ㉥
④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉥ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

각각의 값을 $3x - 2y - 7 = 0$ 에 대입해 보면 ㉠, ㉡, ㉣, ㉥을 만족한다.

3. $x,\ y$ 가 자연수일 때, 일차방정식 $2x+y=10$ 의 해를 구하여라.

① $(0,\ 10)$, $(1,\ 8)$, $(3,\ 4)$, $(4,\ 2)$

② $(1,\ 8)$, $(3,\ 4)$, $(4,\ 2)$, $(5,\ 0)$

③ $(1,\ 8)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 4)$, $(4,\ 2)$

④ $(1,\ 8)$, $(2,\ 6)$, $(4,\ 2)$

⑤ $(-1,\ 12)$, $(0,\ 10)$, $(1,\ 8)$, $(2,\ 6)$

해설

$(1,\ 8)$, $(2,\ 6)$, $(3,\ 4)$, $(4,\ 2)$

4. 연립방정식 $\begin{cases} 3x-y=3 \\ x+ay=8 \end{cases}$ 의 해가 $(2,b)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\begin{cases} 3x-y=3 \cdots ㉠ \\ x+ay=8 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠식에 $x=2$, $y=b$ 를 대입하면,

$3\times 2-b=3,\ \ b=3$

㉡식에 $x=2,\ y=b=3$ 을 대입하면,

$2+a\times 3=8,\ \ a=2$

$\therefore a+b=2+3=5$

5. 연립방정식 $\begin{cases} 3(x-y)-2y=7 \\ 4x-3(x-2y)=10 \end{cases}$ 의 해를 $x=a$, $y=b$라고 할 때, ab의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases} 3x-5y=7 & \cdots ㉠ \\ x+6y=10 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡$\times 3-$㉠ 을 하면 $23y=23 \quad \therefore y=1$

$y=1$ 을 ㉡에 대입하면 $x+6=10 \quad \therefore x=4$

따라서 $a=4,\ b=1$이므로 $ab=4$이다.

6. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1 \\ \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=\frac{2}{3} \end{cases}$ 을 풀면?

① $x=-2,\ y=0$ ② $x=0,\ y=2$ ③ $x=2,\ y=0$

④ $x=-2,\ y=6$ ⑤ $x=4,\ y=-3$

해설

$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1 & \cdots ㉠ \\ \frac{x}{3}-\frac{y}{4}=\frac{2}{3} & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠$\times 6$, ㉡$\times 12$를 해서 정리하면

$\begin{cases} 3x+2y=6 \cdots ㉢ \\ 4x-3y=8 \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢, ㉣을 연립하면 $x=2,\ y=0$이다.

7. 다음 연립방정식을 풀면?

$$\begin{cases} 3(x+1)+y=1 \\ 0.5x-0.3y=2 \end{cases}$$

① $x=1,\ y=-4$ ② $x=2,\ y=-3$ ③ $x=5,\ y=1$

④ $x=2,\ y=-5$ ⑤ $x=1,\ y=-5$

해설

첫 번째 식을 전개하면 $3x+y=-2$
두 번째 식에 $\times 10$ 을 하면 $5x-3y=20$
따라서 두 식을 연립하면 $x=1,\ y=-5$ 이다.

8. 연립방정식 $3x-y=5x+4=x+y+8$의 해를 $(a,\ b)$라고 할 때, ab의 값은?

① -4　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x-y=5x+4 \\ 5x+4=x+y+8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x+y=-4 \\ 4x-y=4 \end{cases}$$

두 식을 변끼리 더하면 $6x=0$

$x=a=0,\ y=b=-4$

$\therefore\ ab=xy=0$

9. 일차방정식 $2x-3y+15=0$의 해가 $(a,-1),(3,b)$일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$(a,-1),(3,b)$를 $2x-3y+15=0$에 대입한다.

$2a+3+15=0, a=-9$

$6-3b+15=0, b=7$

$\therefore a+b=-9+7=-2$

10. 아버지의 나이는 아들의 나이보다 30살이 많고, 5년 전에 아버지의 나이는 아들의 나이의 4 배였다. 올해의 아버지의 나이를 x살, 아들의 나이를 y살이라고 할 때, x, y에 대한 연립방정식으로 나타내면?

① $\begin{cases} x-y=30 \\ x-5=4y-5 \end{cases}$　② $\begin{cases} x+y=30 \\ x-5=4(y-5) \end{cases}$

③ $\begin{cases} x-y=30 \\ x-5=4(y+5) \end{cases}$　④ $\begin{cases} x-y=30 \\ x+5=4(y+5) \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x-y=30 \\ x-5=4(y-5) \end{cases}$

해설

11. 시경이는 집에서 6 km 떨어진 도서관에 가는데 처음에는 시속 6 km/h 로 자전거를 타고 가다가 도중에 자전거가 고장나서 시속 2 km/h 로 자전거를 끌고 가서 총 2 시간 30 분이 걸렸다고 한다. 자전거를 타고 간 거리를 x km , 자전거를 끌고 간 거리를 y km 라 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은?

① $\begin{cases} x+y=6 \\ \frac{x}{6}+\frac{y}{2}=2.3 \end{cases}$

② $\begin{cases} x+y=6 \\ \frac{x}{6}+\frac{y}{2}=2.5 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x+y=6 \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{6}=2.6 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x+y=6 \\ 6x+2y=2.5 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+6y=2.5 \end{cases}$

해설

(시간) $=\frac{\text{(거리)}}{\text{(속력)}}$ 이며, 2 시간30 분= 2.5 시간이므로

(자전거를 타고 간 거리)+(걸어 간 거리)= 6

(자전거를 타고 간 시간)+(걸어 간 시간)= 2.5 이므로

$x+y=6$

$\frac{x}{6}+\frac{y}{2}=2.5$ 이다.

12. x, y 가 자연수일 때, 다음 연립방정식 $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x+y=9 \end{cases}$ 의 해를 $(a,\ b)$ 라 할 때 a^2-b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$x-y=3$ 을 만족하는 $(x,\ y)$ 는 $(4,\ 1)$, $(5,\ 2)$, $(6,\ 3), \cdots$
$2x+y=9$ 를 만족하는 $(x,\ y)$ 는 $(1,\ 7)$, $(2,\ 5)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 1)$ 이다.

따라서 $\begin{cases} x-y=3 \\ 2x+y=9 \end{cases}$ 를 만족하는 해는 $(4,\ 1)$ 이고, $a^2-b=16-1=15$ 이다.

13. $x,\ y$ 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} ax-y=0 \\ 2x+by=-2 \end{cases}$ 의 해가 $x=2,\ y=-2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

각 식에 $(2,\ -2)$ 를 대입하여 $a,\ b$ 의 값을 구한다.
$a=-1,\ b=3,\quad \therefore\ a+b=2$

14. 미지수가 2개인 일차방정식 $\frac{x+2y+4}{3} = \frac{y-2(x+1)}{2}$ 의 한 해가 $x=b,\ y=2$ 일 때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

양변에 6을 곱하면
$2(x+2y+4) = 3\{y-2(x+1)\} \rightarrow 8x+y=-14$
$(b,\ 2)$ 를 대입하면 $b=-2$

15. 연립방정식 $\begin{cases} x-2y=3 \\ 3x+y=2 \end{cases}$ 의 해가 $(a,\ b)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=0$

해설

$\begin{cases} x-2y=3 \cdots ㉠ \\ 3x+y=2 \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ $+2\times$ ㉡을 하면

$$\begin{array}{rr} & x-2y=3 \\ +) & 6x+2y=4 \\ \hline & 7x\quad\ =7 \end{array}$$

$x=1=a$, $y=-1=b$

$\therefore\ a+b=0$

16. 연립방정식 $\begin{cases} 3x+y=15 & \cdots\cdots ㉠ \\ x-3y=a & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$ 를 만족하는 y 의 값이 x 의 값의 2배라 할 때, a 의 값은?

① -6 ② -8 ③ -10 ④ -13 ⑤ -15

해설

$y=2x$ 를 ㉠ 에 대입하면
$3x+2x=15,\ 5x=15,\ x=3$
$y=2x=6$
㉡ 에 대입하면 $3-18=a$
$\therefore\ a=-15$

17. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=a \\ -x+3y+10=0 \end{cases}$ 을 만족하는 y 값이 x 값의 2배라고 할때 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=-8$

해설

y 값이 x 값의 2배인 $y=2x$ 식을 $-x+3y+10=0$ 대입하면
$\therefore x=-2$
$x=-2$, $y=-4$ 을 $2x+y=a$ 에 대입하면 $a=-8$

18. 일차방정식 $2x+ay-6=0$ 이 $(0,\ 2)$, $(-3,\ b)$, $(c,\ -2)$ 를 해로 가질 때, 상수 $a,\ b,\ c$ 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① 9 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 15

해설

$(0,\ 2)$ 를 $2x+ay-6=0$ 에 대입하면 $2a-6=0$, 따라서 $a=3$,
$(-3,\ b)$ 를 $2x+3y-6=0$ 에 대입하면 $3b-12=0$, 따라서 $b=4$,
$(c,\ -2)$ 를 $2x+3y-6=0$ 에 대입하면 $2c-12=0$, 따라서 $c=6$

19. 배를 타고 강을 30 km 거슬러 올라가는 데 3 시간, 내려오는 데 1 시간30 분이 걸렸다고 한다. 이때 배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

① $\begin{cases} \dfrac{30}{x-y}=3 \\ \dfrac{30}{x+y}=1.5 \end{cases}$

② $\begin{cases} \dfrac{30}{x+y}=3 \\ \dfrac{30}{x-y}=1.5 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 3(x+y)=30 \\ 1.5(x+y)=30 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 3(x+y)=30 \\ 1.5(x-y)=30 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 3(x-y)=30 \\ 1.5(x+y)=30 \end{cases}$

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $x-y$,
내려올 때의 속력은 $x+y$ 이므로

$\dfrac{30}{x-y}=3 \quad \rightarrow \quad 3(x-y)=30$

$\dfrac{30}{x+y}=1.5 \quad \rightarrow \quad 1.5(x+y)=30$

20. $x,\ y$ 에 대한 연립방정식 (가), (나)의 해가 같을 때, $a+b$ 의 값은?

(가) $\begin{cases} 5x+3y=7 \\ ax+by=13 \end{cases}$ (나) $\begin{cases} ax-2by=-2 \\ 4x-7y=15 \end{cases}$

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$\begin{cases} 5x+3y=7 \\ 4x-7y=15 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면 $x=2,\ y=-1$

$x=2,\ y=-1$ 을 대입해서 $\begin{cases} 2a-b=13 \\ 2a+2b=-2 \end{cases}$ 를 연립하여 풀면

$a=4,\ b=-5$

그러므로 $a+b=-1$

21. 연립방정식 $\begin{cases} ax+by=-2 \\ bx+ay=5 \end{cases}$ 를 바르게 풀면 해가 $x=1,\ y=2$ 이 나오는데, 수련이는 상수 $a,\ b$ 를 바꿔 놓고 풀어서 해가 (m,n) 이 나왔다. 이때, $x=m,\ y=n$ 이라 할 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\begin{cases} ax+by=-2 \\ bx+ay=5 \end{cases}$ 에 $x=1,\ y=2$ 를 대입하면

$\begin{cases} a+2b=-2 \\ b+2a=5 \end{cases}$ 가 나오고, 이를 연립하면 $a=4, b=-3$ 이 나온다.

수련이가 푼 방정식은 $\begin{cases} bx+ay=-2 \\ ax+by=5 \end{cases}$ 이므로 $a=4,\ b=-3$ 을 대입하면 $x=2, y=1$ 가 나온다. 따라서 $m+n=2+1=3$ 이 된다.

22. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} \dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}+\dfrac{1}{3}=0 \\ \dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{y}+1=0 \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x=-1$

▷ 정답: $y=3$

해설

$\dfrac{1}{x}=X,\ \dfrac{1}{y}=Y$ 로 놓고 식을 정리하면

$$\begin{cases} X+2Y+\dfrac{1}{3}=0 \cdots ㉠ \\ 2X+3Y+1=0 \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ $\times 2 -$ ㉡에서 $Y=\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{y}\quad \therefore\ y=3$

이것을 ㉡에 대입하면

$X=-1=\dfrac{1}{x}\quad \therefore\ x=-1$

23. 연립방정식 $\begin{cases} x+2y=8 \\ 3x-2y=a+5 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값이 y 의 값의 2 배라고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x=2y$ 이므로 $x+2y=8$ 에 대입하면
$2y+2y=8$
$4y=8$
$y=2$
x 의 값이 y 의 값의 2 배이므로 $x=4$
$(4,\ 2)$ 를 $3x-2y=a+5$ 에 대입하면
$3\times 4-2\times 2=a+5$
$8=a+5$
$\therefore a=3$

24. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+3y=b \\ 6x+ay=3 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때 $a-b$의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

$\frac{2}{6}=\frac{3}{a}=\frac{b}{3}$ 이므로

$a=9, b=1 \quad \therefore a-b=9-1=8$

25. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 4x-ay=b \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a, b 값의 조건으로 알맞은 것은?

① $a=6,\ b=2$ ② $a=6,\ b\neq 2$ ③ $a=3,\ b=1$

④ $a=6,\ b=-2$ ⑤ $a=-6,\ b\neq 2$

해설

$\frac{2}{4}=\frac{-3}{-a}\neq\frac{1}{b}$ $\therefore a=6,\ b\neq 2$