

1. 두 함수 $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 과 $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 모두 y 가 x 에 관한 이차함수가 되도록 상수 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

i) $(a^2 - 3a + 2)y^2 + 2y - 4x^2 - 1 = 0$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $a^2 - 3a + 2 = 0$ 이어야 하므로 $(a - 1)(a - 2) = 0$

$\therefore a = 1$ 또는 $a = 2$

ii) $y = (2a^2 - 8)x^2 - 3x + 1$ 이 x 에 관한 이차함수가 되기 위해서는 $2a^2 - 8 \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq \pm 2$

i), ii) 에 의하여 $a = 1$ 이다.

2. 이차함수 $f(x) = -x^2 + ax - 1$ 에 대하여 $f(1) = 2$, $f(-1) = b$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

$$f(1) = 2, -1^2 + a \times 1 - 1 = 2, -1 + a - 1 = 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1 \text{ 이므로}$$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 4(-1) - 1 = -1 - 4 - 1 = -6$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = 4 + (-6) = -2$$

3. 이차함수 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 7)$, $(2, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 를 차례대로 나열하면?

① $a = 4, b = -6$

② $a = -4, b = -6$

③ $a = 4, b = -8$

④ $a = 6, b = -6$

⑤ $a = 6, b = -8$

해설

점 $(-1, 7)$ 를 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 가 지나므로 $7 = -2(-1)^2 - 3(-1) + a, a = 6$ 이다.

$f(x) = -2x^2 - 3x + 6$ 이고 점 $(2, b)$ 를 지나므로 $b = -2(2)^2 - 3(2) + 6, b = -8$ 이다.

4. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점인 것을 모두 고르면?
(정답 2 개)
- ① 원점을 지난다.
 - ② 아래로 볼록하다.
 - ③ y 축에 대하여 대칭이다.
 - ④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.
 - ⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

5. 다음 이차함수에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열한 것은?

보기

$\textcirc�$ $y = -2x^2$

$\textcirc�$ $y = \frac{1}{2}x^2$

$\textcirc�$ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$

$\textcirc�$ $y = 4x^2 - 1$

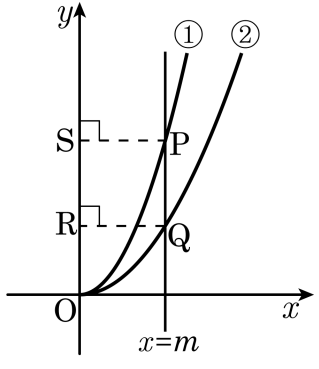
$\textcirc�$ $y = 3(x - 1)^2$

- ① $\textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc�$
- ② $\textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc�$
- ③ $\textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc�$
- ④ $\textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc�$
- ⑤ $\textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc� - \textcirc�$

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

6. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{3}{4}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{1}$, $y = \frac{1}{3}x^2 (x \geq 0) \cdots \textcircled{2}$ 의 그래프이다. y 축에 평행한 직선 $x = m (m > 0)$ 이 $\textcircled{1}$ 과 만나는 점을 P, $\textcircled{2}$ 와 만나는 점을 Q라 하고, 두 점 P, Q에서 y 축에 내린 수선이 y 축과 만나는 점을 각각 S, R이라 할 때, $\square PQRS$ 가 정사각형이 되는 m 의 값을 구하면?



- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{12}{5}$ ⑤ $\frac{13}{5}$

해설

$\square PQRS$ 가 정사각형이 되려면

$$\frac{3}{4}m^2 - \frac{1}{3}m^2 = m \text{ 이어야 한다.}$$

$$\text{이것을 풀면 } \frac{5}{12}m^2 = m$$

$$\text{따라서 } m > 0 \text{ 이므로 } m = \frac{12}{5} \text{ 이다.}$$

7. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

8. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동할 때, 대칭축 $x = a$ 는 제 1, 4 사분면을 지난다. 다음 보기 중 a 의 값이 될 수 있는 것을 모두 찾아 기호로 써라.

보기

㉠ $a = -2$

㉡ $a = -1$

㉢ $a = 1$

㉣ $a = 2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉣

해설

이차함수의 그래프가 오른쪽으로 평행이동해야 하므로 $a > 0$ 이 되어야 한다. 따라서 ㉢, ㉣이다.

9. 다음 중 이차함수 $y = 2(x - 4)^2 + 2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
- ① $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
 - ② 꼭짓점의 좌표는 (4, 2)이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 4$ 이다.
 - ④ $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
 - ⑤ $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

$y = 2(x - 4)^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼, y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이고 꼭짓점은 (4, 2), 축의 방정식은 $x = 4$ 이다. $1 < 2$ 이므로 $y = x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다. 아래로 볼록한 포물선이고 축의 방정식이 $x = 4$ 이므로 $x > 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

10. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

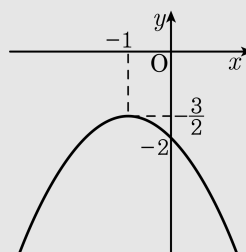
11. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



12. 이차함수 $y = -3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-1, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = -3(-x-1)^2 + 2$$

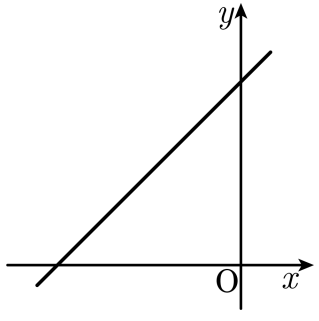
$$y = -3(x+1)^2 + 2$$

점 $(-1, k)$ 를 대입하면

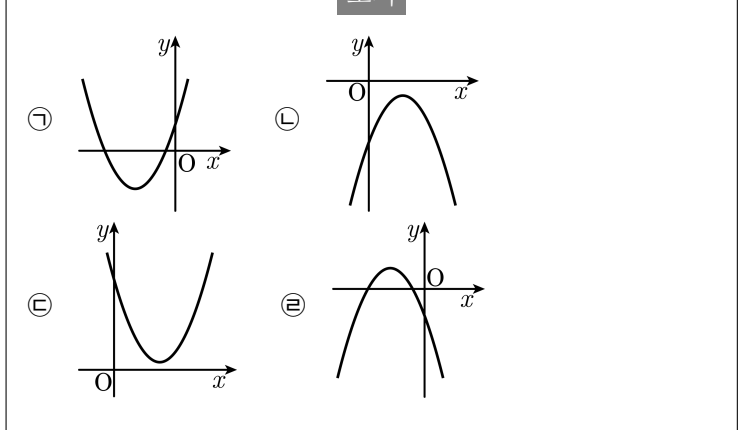
$$-3(-1+1)^2 + 2 = k$$

$$\therefore k = 2$$

13. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.
따라서 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로
꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

14. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나고, 이 그래프와 원점에 대하여 대칭인 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 4)$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q)

원점 대칭하면 $(-p, -q) = (-2, 4)$

$\therefore p = 2, q = -4$

$y = a(x - 2)^2 - 4$ 의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$2 = a(1 - 2)^2 - 4$

$\therefore a = 6$

15. 다음 이차함수를 $y = \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5$ 로 나타낼 수 있다. 이 때, 꼭짓점이 $(p, -5)$ 라고 할 때, apq 의 값은?

$y = ax^2 + 6x + q$

- ① -45
- ② -54
- ③ -66
- ④ -76
- ⑤ -80

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{3}(x-p)^2 - 5 \\ &= \frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) - 5 \\ &= \frac{1}{3}x^2 - \frac{2px}{3} + \frac{p^2}{3} - 5 \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}$
 $p = 6, p = -9, q = 22$ 이므로 $apq = -66$ 이다.

16. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, -2 - k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$

17. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = x^2 - 6x + 2 = (x - 3)^2 - 7$ 을 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면, $y = x^2 - 7$
 $(3, m)$ 을 대입하면 $m = 2$ 이다.

18. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

⑤ $y = 5x^2 + 2x + 3$

② $y = x^2 - 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

해설

x^2 의 계수가 양수이면서 절댓값이 가장 작은 것을 찾는다.
따라서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 넓은 것은 ②이다.

19. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

① $x < 1$

② $x < -1$

③ $x > \frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{2}$

⑤ $x > 2$

해설

$(1, 6)$ 을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

20. 이차함수 $y = x^2 - 5x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, 점 P 에서 점 Q 사이의 거리가 9 일 때, 이 포물선의 y 절편을 구하여라.

- ① -14 ② -7 ③ -1 ④ 4 ⑤ 45

해설

점 P 의 좌표 a 라 하면 Q 좌표는 $a + 9$

두 근의 합은 5

$$\therefore a + (a + 9) = 5, a = -2$$

$\therefore$ 두 점은 $(-2, 0), (7, 0)$

$$\text{두 근의 곱은 } k = (-2) \times 7 = -14$$

21. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

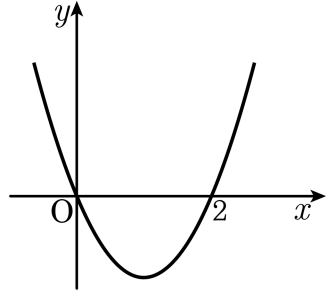
⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $(-1)^2 - 4 \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 일차함수 $ax + by + c = 0$ 의 그래프는 몇 사분면을 지나는가?



- ① 제 1, 2, 3 사분면
- ② 제 1, 3 사분면
- ③ 제 2, 4 사분면
- ④ 제 2, 3, 4 사분면
- ⑤ 제 1, 2 사분면

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $c = 0$
또한, $y = ax\left(x + \frac{b}{a}\right)$ 에서
 $-\frac{b}{a} = 2 > 0$
 $\therefore \frac{b}{a} < 0$
그러므로 $ax + by + c = 0$ 에서
 $y = -\frac{a}{b}x$
 $\therefore -\frac{a}{b} > 0 \left(\because \frac{b}{a} < 0\right)$
따라서 제1, 3 사분면을 지난다.

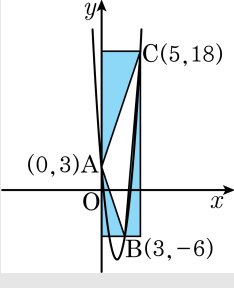
23. 이차함수 $y = 3x^2 - 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 y 축의 방향으로 -8 만큼 평행이동한 포물선 위의 세 점 $A(0, a), B(3, b), C(5, 18)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

$$y = 3(x - 2)^2 - 1 - 8 = 3(x - 2)^2 - 9$$



$f(0) = 3, \quad A(0, 3)$
 $f(3) = -6, \quad B(3, -6)$
 $\triangle ABC$ 의 넓이는 사각형의 넓이에서 색칠한 부분의 넓이를 뺀 것과 같다.
$$5 \times 24 - \frac{1}{2}(5 \times 15 + 3 \times 9 + 2 \times 24)$$
$$= 120 - 75 = 45$$

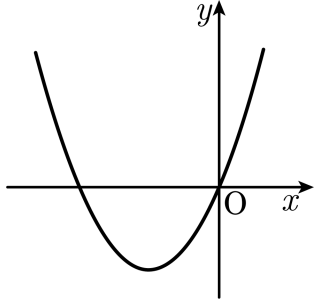
24. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않는 것은?

- ① $y = x^2$ 에서 $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.

해설

- ① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ② $x = 0$ (y 축)을 축으로 하고, $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 한다.
- ③ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때 a 가 커지면 $|a|$ 이 작아지므로 폭은 넓어진다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 원점을 지날 때, a, b, c 의 부호로 옳은 것은?



- ① $a > 0, b > 0, c = 0$
- ② $a > 0, b < 0, c > 0$
- ③ $a < 0, b = 0, c > 0$
- ④ $a < 0, b < 0, c > 0$
- ⑤ $a < 0, b < 0, c = 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$
축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b > 0$
 y 축과 만나는 점이 원점쪽에 위치하므로 $c = 0$