1. $a > 0$ 이고 x 가 a 의 제곱근일 때, x 와 a 의 관계식으로 옳은 것은?

① $a^2 = x$ ② $a = \sqrt{x}$ ③ $a = \pm\sqrt{x}$

④ $x^2 = a$ ⑤ $x = \sqrt{a}$

해설

a 의 제곱근은 제곱하여 a 가 되는 수이므로 $x^2 = a$ 이다.

2. 다음 수의 제곱근 중 바르지 <u>않은</u> 것은?

① 100의 제곱근 $= \pm 10$
② 7의 제곱근 $= \pm\sqrt{7}$
③ -4의 제곱근은 없다.
④ 0.2의 제곱근 $= \pm 0.04$
⑤ $\frac{1}{2}$의 제곱근 $= \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

해설

④ 0.2의 제곱근 $= \pm\sqrt{0.2} = \pm\sqrt{\frac{1}{5}}$

3. $a^2 = 8$ 이라고 할 때, a 의 값으로 옳은 것은?

① $2\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $\pm 2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\pm 4\sqrt{2}$

해설

a 는 8 의 제곱근이므로 $\pm 2\sqrt{2}$ 이다.

4. 다음 중 반드시 근호를 사용하여 나타내야만 하는 것은?

① $\sqrt{0.49}$ ② $\sqrt{121}$ ③ $\sqrt{1}$
④ $\sqrt{\frac{1}{16}}$ ⑤ $\sqrt{0.4}$

해설

① $\sqrt{0.49} = \sqrt{0.7^2} = 0.7$
② $\sqrt{121} = \sqrt{11^2} = 11$
③ $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} = 1$
④ $\sqrt{\frac{1}{16}} = \sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{1}{4}$
⑤ 0.4 는 제곱수가 아니므로 $\sqrt{0.4}$ 는 반드시 근호를 사용하여 나타낸다.

5. $-1 < a < 2$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2}$$

① $a-3$　② $-2a-3$　③ $-2a+1$

④ 3　⑤ 1

해설

$$\begin{aligned}&\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2}\\ &= -(a-2) - (a+1) \ (\because\ a-2<0,\ a+1>0)\\ &= -a+2-a-1\\ &= -2a+1\end{aligned}$$

6. n이 자연수이고 $1 < n < 30$ 일 때, $\sqrt{4n}$ 이 자연수가 되도록 하는 n의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4개

해설

$4n = 2^2 \times n$ 이므로
$n = 2^2,\ 3^2,\ 2^4,\ 5^2,\ 2^2 \times 3^2 \cdots$ 이 있다.
$1 < n < 30$ 라고 하였으므로,
$n = 2^2,\ 3^2,\ 2^4,\ 5^2$ 4개이다.

7. n 이 자연수이고, $1 < n < 20$ 일 때, $\sqrt{3n}$ 이 자연수가 되는 n 의 값들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$\sqrt{3n}$ 에서 $n = 3 \times k^2$ 이므로 $n = 3,\ 12$
따라서 n 의 값들의 합은 15 이다.

8. $\sqrt{48a}$ 와 $\sqrt{52-a}$ 모두 정수가 되도록 하는 양의 정수 a 의 개수는?

① 0 개　② 1 개　③ 2 개　④ 3 개　⑤ 4 개

해설

$\sqrt{48a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times a}$ … ①

$52-a = 0,\ 1,\ 4,\ 9,\ 16,\ 25,\ 49$ … ②

②를 만족하는 $a = 52,\ 51,\ 48,\ 43,\ 36,\ 27,\ 3$

이 중 ①을 만족하는 것은 3, 27, 48

9. $\sqrt{50-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$\sqrt{49}$ 이므로 $x=1$ 이다.

10. $\sqrt{3} < 2x - 5 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 합하면?

① 9 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

각 변을 제곱하면 $3 < (2x-5)^2 < 27$

$(2x-5)^2 = 2^2,\ 3^2,\ 4^2,\ 5^2$

$2x - 5 = 2,\ 3,\ 4,\ 5$

이 때 x값이 정수가 되는 경우는 $2x-5 = 3,\ 2x-5 = 5$이다.

$\therefore\ x = 4,\ 5$

11. $2 < \sqrt{4n} < 5$ 를 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$2 < \sqrt{4n} < 5$ 에서 각 변을 제곱하면

$4 < 4n < 25,\ 1 < n < \dfrac{25}{4}$

$\therefore n = 2, 3, 4, 5, 6$

12. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면, $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.
이 때, $N(1) + N(2) + N(3) + \cdots + N(10)$ 의 값은?

① -10 ② 14 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$ 이므로
$N(1) = N(2) = N(3) = 1$
$N(4) = N(5) = \cdots = N(8) = 2$
$N(9) = N(10) = 3$
$\therefore 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

13. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.
이 때, $N(8) + N(9) + \cdots + N(19) + N(20)$ 의 값을 구하여라.

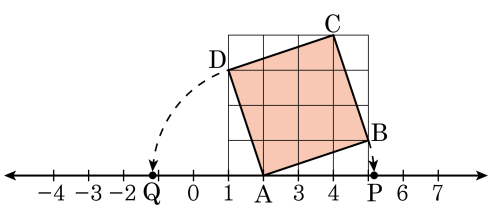
▶ 답:

▷ 정답: 43

해설

$\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$ 이므로
$N(8) = 2$
$N(9) = N(10) = \cdots = N(15) = 3$
$N(16) = N(17) = \cdots = N(20) = 4$
$\therefore N(8) + N(9) + \cdots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$

14. 다음 그림에서 수직선 위의 점 P 와 Q 사이의 거리를 구하면? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



① 6 ② 8 ③ $\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $3\sqrt{10}$

해설

□ABCD 의 넓이는 (큰 정사각형 넓이)–(삼각형 네 개의 넓이의 합)

□ABCD 의 넓이는 $16 - 4 \times \frac{1}{2} \times 1 \times 3 = 10$

∴ □ABCD 의 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

$\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{AD} = \overline{AQ} = \sqrt{10}$

점 P 는 2 보다 $\sqrt{10}$ 만큼 큰 수에 대응하는 점이다. P$(2+\sqrt{10})$

점 Q 는 2 보다 $\sqrt{10}$ 만큼 작은 수에 대응하는 점이다.Q$(2-\sqrt{10})$

∴ $\overline{PQ} = (2+\sqrt{10}) - (2-\sqrt{10}) = 2\sqrt{10}$

15. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① 1과 2 사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.

② $\sqrt{4}$와 $\sqrt{9}$ 사이에는 정수가 존재하지 않는다.

③ 1과 4사이에는 무리수로 수직선을 모두 메울 수 있다.

④ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무수히 많은 유리수가 존재한다.

⑤ π는 3과 4 사이에 존재하는 무리수이다.

해설

① ○ 1과 2사이에는 무수히 많은 무리수가 존재한다.
② 2 와 3 사이에는 정수가 존재하지 않는다.
③ 1 과 4 사이에는 유리수도 존재하므로 무리수로 수직선을 모두 메울수는 없다
④ ○ $\sqrt{5}$와 $\sqrt{7}$ 사이에는 무한한 유리수가 존재한다.
⑤ π 는 $3.14\cdots$ 인 무리수이므로 3과 4사이에 존재한다.

16. 다음을 곱셈 공식을 이용하여 계산하여라.

$$2011^2 - 2012 \times 2010$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$2011^2 - (2011 + 1)(2011 - 1)$
$= 2011^2 - 2011^2 + 1$
$= 1$

17. 곱셈 공식을 이용하여 $\dfrac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1004

해설

$$\frac{(1004-1)(1004+1)+1}{1004} = \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004}$$
$$= 1004$$

18. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+k$ 가 완전제곱식이 되도록 상수 k 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$(x-1)(x-7)(x-3)(x-5)+k$
$=(x^2-8x+7)(x^2-8x+15)+k$
$x^2-8x=A$ 로 놓으면,
$(A+7)(A+15)+k$
$=A^2+22A+105+k=(A+11)^2$
$\therefore 105+k=11^2=121$
$\therefore\ k=16$

19. $\sqrt{33\times34\times35\times36+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1189

해설

$33=t$ 라 하면

$\sqrt{t(t+1)(t+2)(t+3)+1}=\sqrt{(t^2+3t)(t^2+3t+2)+1}$

$t^2+3t=A$ 라 하면

$\therefore \sqrt{A(A+2)+1}=\sqrt{(A+1)^2}$

$=A+1$

$=(33^2+3\times33)+1$

$=1189$

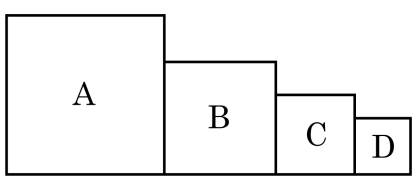
20. $\dfrac{28^2 - 11^2}{25 \times 17 - 17 \times 12}$ 의 값을 계산하면?

① 12 ② 9 ③ 6 ④ 3 ⑤ 1

해설

$$\frac{(28+11)(28-11)}{(25-12)\times 17} = \frac{39 \times 17}{13 \times 17} = 3$$

21. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm^2 일 때, D 의 한 변의 길이는?



① $\frac{1}{4}$ cm ② $\frac{1}{2}$ cm ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

해설

(B의 넓이) $= \frac{1}{2} \times$ (A의 넓이)

(C의 넓이) $= \frac{1}{2} \times$ (B의 넓이) $= \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times$ (A의 넓이)

(D의 넓이) $= \frac{1}{2} \times$ (C의 넓이)

$= \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times$ (A의 넓이)

A 의 넓이가 4 cm^2 이므로

(D의 넓이) $= \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$

따라서 (D의 넓이) $=$ (한 변의 길이)$^2 = \frac{1}{2}(\text{cm}^2)$ 이므로

(한 변의 길이) $= \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$ 이다.

22. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$ ② $a > \frac{1}{a}$ ③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$ ⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

23. 세 실수 $A=\sqrt{20}+\sqrt{80}$, $B=\sqrt{21}+\sqrt{79}$, $C=\sqrt{22}+\sqrt{78}$ 의 대소 관계가 바르게 된 것은?

① $A<B<C$ ② $A<C<B$ ③ $B<A<C$
④ $C<A<B$ ⑤ $C<B<A$

해설

A, B, C 가 모두 양수이므로 A^2, B^2, C^2 을 구해서 비교해도 좋다.

$A^2=\left(\sqrt{20}+\sqrt{80}\right)^2$
$=20+2\sqrt{20\times 80}+80=100+2\sqrt{1600}$

$B^2=(\sqrt{21}+\sqrt{79})^2$
$=21+2\sqrt{21\times 79}+79=100+2\sqrt{1659}$

$C^2=(\sqrt{22}+\sqrt{78})^2$
$=22+2\sqrt{22\times 78}+78=100+2\sqrt{1716}$

$\sqrt{1600}<\sqrt{1659}<\sqrt{1716}$ 이므로 $A^2<B^2<C^2$
$\therefore A<B<C$

24. 인수분해 공식을 이용하여 다음 식의 값을 구하여라.

$5^2-6^2+7^2-8^2+9^2-10^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : -45

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (5^2-6^2)+(7^2-8^2)+(9^2-10^2)\\ &= (5+6)(5-6)+(7+8)(7-8)\\ &\quad +(9+10)(9-10)\\ &= -11-15-19\\ &= -45\end{aligned}$$