

1. 다음 중 $\sqrt{45x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{9}{5}$

③ 25

④ 45

⑤ 75

해설

$$\sqrt{45x} = \sqrt{3^2 \times 5 \times x}$$

③ $\sqrt{3^2 \times 5^3} = 3 \times 5 \times \sqrt{5} = 15\sqrt{5}$ 가 되어 자연수가 되지 못한다.

⑤ $\sqrt{3^3 \times 5^3} = 3 \times 5 \times \sqrt{3 \times 5} = 15\sqrt{15}$ 가 되어 자연수가 되지 못한다.

2. $P(x)$ 을 $-\sqrt{x} < n < 0$ 인 정수 n 의 개수라 할 때, $P(16) - P(2.5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 2개

해설

$P(16)$ 은 $-4 < x < 0$ 인 정수이므로
 $x = -3, -2, -1$
 $\therefore P(16) = 3$
 $P(2.5)$ 는 $-\sqrt{2.5} < x < 0$ 이므로 $x = -1$
 $\therefore P(2.5) = 1$
 $\therefore P(16) - P(2.5) = 3 - 1 = 2$

3. 다음 보기에서 무리수를 모두 고른 것은?

보기

$$\sqrt{0}, \sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}, -\frac{2}{5}$$
$$\sqrt{4}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \sqrt{\frac{9}{64}}, \pi$$

① $\sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}$

② $-\sqrt{\frac{1}{10}}, \sqrt{\frac{9}{64}}$

③ $\sqrt{3.6}, 0.2\dot{9}, -\frac{2}{5}$

④ $\sqrt{3.6}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \pi$

⑤ $\sqrt{4}, \sqrt{3.6}, -\sqrt{\frac{1}{10}}, \pi$

해설

$$\sqrt{0} = 0, \quad 0.2\dot{9} = \text{순환소수(유리수)}, \quad -\frac{2}{5}(\text{유리수})$$

$$\sqrt{4} = 2, \quad \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}$$

4. 세 수 $a = \sqrt{8}$, $b = 2 + \sqrt{2}$, $c = 3$ 의 대소 관계를 나타내면?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $c < a < b$

④ $c < b < a$

⑤ $b < a < c$

해설

$3 = \sqrt{9}$ 이므로 $\sqrt{8} < 3$, $b - c = 2 + \sqrt{2} - 3 = \sqrt{2} - 1 > 0$ 이므로 $b > c$

$\therefore a < c < b$

5. $\sqrt{16.9} \times \sqrt{640}$ 을 계산하면?

- ① 88 ② 104 ③ 136 ④ 144 ⑤ 1040

해설

$$\sqrt{16.9} \times \sqrt{640} = \sqrt{\frac{169}{10}} \times \sqrt{64 \times 10} = 13 \times 8 = 104$$

6. 밑변의 길이가 $a\sqrt{5} + \sqrt{3}$, 높이가 $2\sqrt{3}$ 인 삼각형의 넓이가 $2\sqrt{15} + 3$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

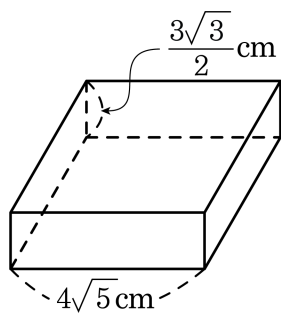
해설

$$\begin{aligned}(\text{삼각형의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times (\text{밑변}) \times (\text{높이}) \\ &= \frac{1}{2}(a\sqrt{5} + \sqrt{3}) \times 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$a\sqrt{15} + \sqrt{9} = 2\sqrt{15} + 3$$

$$\therefore a = 2$$

7. 한 변의 길이가 $4\sqrt{5}\text{ cm}$ 인 정사각형을 밑면으로 갖는 직육면체의 높이가 $\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{ cm}$ 일 때, 직육면체의 부피를 구하여라.



▶ 답: cm^3

▷ 정답: $120\sqrt{3}\text{ cm}^3$

해설

$$V = (4\sqrt{5})^2 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 80 \times \frac{3\sqrt{3}}{2} = 120\sqrt{3}\text{ cm}^3$$

8. $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은?

① -6

② 6

③ 12

④ 18

⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} & (x+2)(x+3)(x-2)(x-3) \\ &= \{(x+2)(x-2)\}\{(x+3)(x-3)\} \\ &= (x^2-4)(x^2-9) \\ &= x^4-13x^2+36 \\ &\therefore -13+36=23 \end{aligned}$$

9. $x = \sqrt{5}$, $y = \sqrt{2}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $\sqrt{20} = xy^2$ ② $100 = x^2y^2$ ③ $0.2 = \frac{y}{10}$
④ $\sqrt{50} = x^2y$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{5} = \frac{y}{x^2}$

해설

$$\textcircled{2} \quad x^2y^2 = (xy)^2 = (\sqrt{10})^2 = 10$$

$$\therefore 100 = 10^2 = (x^2y^2)^2 = x^4y^4$$

$$\textcircled{3} \quad \sqrt{0.2} = \sqrt{\frac{20}{100}} = \frac{\sqrt{2^2 \times 5}}{10} = \frac{2}{10} \sqrt{5} = \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{x}{5}$$

10. $a = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\sqrt{5}(a+b) + \sqrt{3}(a-b)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$a+b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{5}$$

$$a-b = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{5}(a+b) + \sqrt{3}(a-b) &= \sqrt{5}\sqrt{5} + \sqrt{3}\sqrt{3} \\ &= 5 + 3 \\ &= 8\end{aligned}$$

11. 자연수 11 에 대하여 $\sqrt{11}$ 의 정수 부분을 $f(11)$ 이라고 하자. 예를 들면 $3 < \sqrt{11} < 4$ 이므로 $f(11) = 3$ 이라고 할 때, $f(42) + f(77)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\sqrt{42} = 6.\times\times\times$, $\sqrt{77} = 8.\times\times\times$ 이므로 $f(42) + f(77) = 6 + 8 = 14$

12. 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\left(2x - \frac{1}{3}y\right)^2$

② $\left(\frac{1}{3}y - 2x\right)^2$

③ $\left\{-\left(2x - \frac{1}{3}y\right)\right\}^2$

④ $-\left(-\frac{1}{3}y + 2x\right)^2$

⑤ $\left(2x + \frac{1}{3}y\right)^2 - \frac{8}{3}xy$

해설

①, ②, ③, ⑤ : $4x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{9}y^2$

④ : $-4x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{1}{9}y^2$

13. $(x-a)(2x+3) = 2x^2 - \frac{b^2}{2}$ 일 때, $2a-b$ 의 값은? (단, $b > 0$)

① -12

② -9

③ 0

④ 3

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2\left(x - \frac{3}{2}\right)\left(x + \frac{3}{2}\right) &= 2x^2 - 2\left(\frac{3}{2}\right)^2 \\ &= 2x^2 - \frac{9}{2} \end{aligned}$$

따라서 $a = \frac{3}{2}$ 이고 $b^2 = 9$ 이므로 $b = 3$ ($\because b > 0$)

$$\therefore 2a - b = 3 - 3 = 0$$

14. $(x+a)(x-3) = x^2 + bx + 11$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{31}{3}$ ② -10 ③ $-\frac{29}{3}$ ④ $-\frac{28}{3}$ ⑤ -9

해설

$$(x+a)(x-3) = x^2 + (a-3)x - 3a = x^2 + bx + 11$$

$$a-3 = b, -3a = 11$$

따라서 $a = -\frac{11}{3}$, $b = -\frac{20}{3}$ 이므로, $a+b = -\frac{31}{3}$ 이다.

15. $(2x-1)(2x+A) = (-2x+2)^2 + Bx$ 일 때, $A-B$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$(2x-1)(2x+A) = (-2x+2)^2 + Bx$$

$$4x^2 - 2x + 2Ax - A = 4x^2 - 8x + 4 + Bx$$

x 의 계수가 서로 같으므로 $-2 + 2A = -8 + B$, 상수항이 서로 같으므로 $-A = 4$ 이다.

따라서 $A = -4$, $B = -2$ 이므로 $A - B = -2$ 이다.

16. $(3x - 2y + 1)^2$ 을 전개한 식에서 xy 의 계수를 A , y 의 계수를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값은?

① 8

② 4

③ 0

④ -4

⑤ -8

해설

$3x - 2y = A$ 라 하면

$$(3x - 2y + 1)^2 = (A + 1)^2$$

$$= A^2 + 2A + 1 = (3x - 2y)^2 + 2(3x - 2y) + 1$$

$$= 9x^2 - 12xy + 4y^2 + 6x - 4y + 1$$

$$\therefore A = -12, B = -4$$

$$\therefore A - B = -8$$

17. 다음 식을 계산하여라.

$$7(8+1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & (8-1)(8+1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^2-1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^4-1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^8-1)-8^8 \\ &= -1 \end{aligned}$$

18. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0 의 제곱근은 0 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

19. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① $-12a$

② $12a$

③ $12a^2$

④ $-12a^2$

⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로, $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$
 $-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$
 $\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$

20. 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2$$

① -11

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{225} - \sqrt{(-6)^2} + \sqrt{(-3)^2 \times 2^4} - \sqrt{5^2} - (-\sqrt{3})^2 \\ &= 15 - 6 + \sqrt{(3 \times 2^2)^2} - 5 - 3 \\ &= 9 + 12 - 8 = 13 \end{aligned}$$

21. 두 수 2 와 5 사이에 있는 수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 표시되는 무리수의 개수는? (단, n 은 자연수)

① 18 개 ② 19 개 ③ 20 개 ④ 21 개 ⑤ 22 개

해설

$2 < \sqrt{n} < 5$ 이므로

제곱하면 $4 < n < 25$ ㉠

㉠을 만족하는 자연수는 $n = 5, 6, \dots, 24$ 의 20 개, 그런데 이 중에서 9, 16 은 $\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4$ 인 유리수이므로 2 개를 제외한 18 개만이 무리수이다.

22. $\sqrt{57+x} = 4\sqrt{5}$ 일 때, 양수 x 값은?

① 32

② 23

③ 11

④ 9

⑤ 3

해설

$$4\sqrt{5} = \sqrt{80}$$

$$\sqrt{80} = \sqrt{57+x} \text{ 이므로 } x = 23 \text{ 이다.}$$

23. $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

- ① $2xy$ ② xy ③ $-xy$ ④ $-xz$ ⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 x 와 y 는 서로 다른 부호이고,
 $\frac{y}{z} > 0$ 이므로 y 와 z 는 서로 같은 부호이다.
따라서 x 와 z 는 서로 다른 부호가 된다.
 $xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$
 $yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$
 $\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$
 $= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$
 $= -2xy$

24. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10 개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9 개로 나누고

작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,
모두 10 개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2 개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.

한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2 개의 점을 놓을 때
두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이
이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$r = 3\sqrt{2}$$

25. $abc \neq 0$, $a + b + c = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$ 일 때, $(a-2)(b-2)(c-2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{ab + bc + ca}{abc} = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$ab + bc + ca = \frac{1}{2}abc$$

$$\begin{aligned} \therefore (a-2)(b-2)(c-2) &= (ab - 2a - 2b + 4)(c-2) \\ &= abc - 2ab - 2ac + 4a - 2bc + 4b + 4c - 8 \\ &= abc - 2(ab + bc + ca) + 4(a + b + c) - 8 \\ &= 4(a + b + c) - 8 \quad \left(\because ab + bc + ca = \frac{1}{2}abc \right) \\ &= 4 \times \frac{1}{4} - 8 \\ &= -7 \end{aligned}$$