

1. 넓이가 각각 8cm^2 , 32cm^2 인 두 정사각형의 한 변의 길이를 각각 $a\text{cm}$, $b\text{cm}$ 라고 할 때, $3a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

$$a = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}(\text{cm}), b = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore 3a - b = 2\sqrt{2}$$

2. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2$ 을 간단히 하면?

① $-10a$

② $-7a$

③ $-4a$

④ $2a$

⑤ $3a$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{4a^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2 \\ &= \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{(-3a)^2} + (\sqrt{-5a})^2 \\ &= -2a - (-3a) + (-5a) \\ & (\because a < 0 \text{ 이므로 } 2a < 0, -3a > 0, -5a > 0) \\ &= -2a + 3a - 5a = -4a \end{aligned}$$

3. $\sqrt{\frac{400x}{12}}$ 가 자연수일 때, 가장 작은 자연수 x 를 구하여라.

▶ 답 :

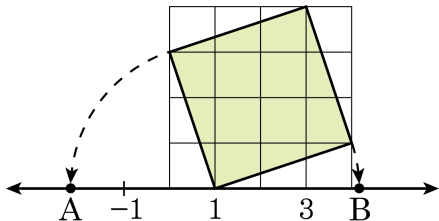
▷ 정답 : 3

해설

$$\sqrt{\frac{400x}{12}} = 10\sqrt{\frac{x}{3}}$$

따라서 $x = 3$ 이다.

4. 다음 중 아래 수직선에서의 점 A, 점 B의 좌표를 고르면?



- ① 점 A : $1 - \sqrt{10}$, 점 B : $1 + \sqrt{10}$
 ② 점 A : $1 + \sqrt{10}$, 점 B : $1 - \sqrt{10}$
 ③ 점 A : $1 + \sqrt{10}$, 점 B : $1 + \sqrt{10}$
 ④ 점 A : $-1 - \sqrt{10}$, 점 B : $-\sqrt{10}$
 ⑤ 점 A : $1 - \sqrt{10}$, 점 B : $\sqrt{10}$

해설

내부의 기울어진 정사각형의 넓이가 10 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{10}$ 이다.

5. $\sqrt{50} < x < \sqrt{100}$ 를 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\sqrt{50} < \sqrt{x^2} < \sqrt{100} \text{ 이므로 } x^2 = 64, 81$$

$$\therefore x = 8, 9$$

6. $(2x-1)^2 + (3x-2)(3x+2) = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}(2x-1)^2 + (3x-2)(3x+2) \\&= 4x^2 - 4x + 1 + 9x^2 - 4 \\&= 13x^2 - 4x - 3 \\&= ax^2 + bx + c \\a &= 13, b = -4, c = -3 \\ \therefore a + b + c &= 13 - 4 - 3 = 6\end{aligned}$$

7. 다음 식을 인수분해하면?

$$abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1$$

① $(a - 1)(b - 1)(c + 1)$

② $(a + 1)(b - 1)(c - 1)$

③ $(a + 1)(b + 1)(c + 1)$

④ $(a - 1)(b + 1)(c - 1)$

⑤ $(a - 1)(b - 1)(c - 1)$

해설

$$\begin{aligned} & abc + ab + ac + a + bc + b + c + 1 \\ &= a(bc + b + c + 1) + (bc + b + c + 1) \\ &= (a + 1)(bc + b + c + 1) \\ &= (a + 1)(b + 1)(c + 1) \end{aligned}$$

8. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면?

① 6

② 9

③ 14

④ 18

⑤ 20

해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

9. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은?

① (무리수) + (무리수)

② (무리수) - (무리수)

③ (유리수) × (무리수)

④ (무리수) ÷ (무리수)

⑤ (무리수) - (유리수)

해설

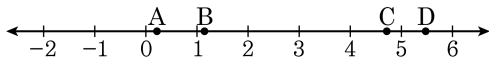
① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)

② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)

③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)

④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)

10. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2$, $3\sqrt{2}-4$, $4-2\sqrt{2}$, $3+\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?



① $a + b = \sqrt{2}$

② $c + d = 3\sqrt{3} + 5$

③ $3(a + b) > c + d$

④ $b - a > 0$

⑤ $c - d < 0$

해설

$$\sqrt{12} + 2 = 5. \times \times \times \leftarrow d$$

$$3\sqrt{2} - 4 = 0. \times \times \times \leftarrow a$$

$$4 - 2\sqrt{2} = 1. \times \times \times \leftarrow b$$

$$3 + \sqrt{3} = 4. \times \times \times \leftarrow c$$

$$\textcircled{3} \quad a + b = \sqrt{2} \rightarrow 3(a + b) = 3\sqrt{2}$$

$$c + d = 3\sqrt{3} + 5$$

$$\begin{aligned} \therefore 3(a + b) - (c + d) &= 3\sqrt{2} - (3\sqrt{3} + 5) \\ &= \sqrt{18} - \sqrt{27} - 5 < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore 3(a + b) < c + d$$

11. $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100)$ 의 값을 구하면?

① -1

② $\sqrt{101} - 1$

③ $\sqrt{102} - 1$

④ $\sqrt{102} - \sqrt{101}$

⑤ $\sqrt{102}$

해설

$$f(0) = \sqrt{2} - \sqrt{1} = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(1) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(2) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(99) = \sqrt{101} - \sqrt{100} = -\sqrt{100} + \sqrt{101}$$

$$f(100) = \sqrt{102} - \sqrt{101} = -\sqrt{101} + \sqrt{102}$$

$$\therefore f(0) + f(1) + f(2) + \cdots + f(99) + f(100)$$

$$= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} + -\sqrt{3} + \sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100} + \sqrt{101} - \sqrt{101} + \sqrt{102}$$

$$= -1 + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{3} - \sqrt{3}) + (\sqrt{4} + \cdots - \sqrt{100}) + (\sqrt{101} - \sqrt{101}) + \sqrt{102}$$

$$= -1 + (0) + (0) + (0) + \sqrt{102}$$

$$= -1 + \sqrt{102}$$

12. $\sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) = a + b\sqrt{14}$ 의 꼴로 나타낼 때,
 $a + 14b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{2}{7}} + \sqrt{(-2)^2} - \frac{1}{\sqrt{8}}(\sqrt{7} - \sqrt{2}) \\ &= \frac{\sqrt{14}}{7} + 2 - \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{5}{2} - \frac{3\sqrt{14}}{28} \\ &\therefore a = \frac{5}{2}, b = -\frac{3}{28} \\ &\therefore a + 14b = \frac{5}{2} - 14 \times \frac{3}{28} = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1 \end{aligned}$$

13. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a] + a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $\frac{1}{1 + \sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로

$$\frac{a}{[a] + a} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1. \dots}{2. \dots} = 0. \dots$$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ 이다.

14. $Ax^2 + 36x + B = (2x + C)^2$ 에서 양수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 4

② 9

③ 81

④ 90

⑤ 94

해설

$Ax^2 + 36x + B = 4x^2 + 2 \times 2Cx + C^2$ 이므로 $A = 4, B = 81, C = 9$ 이다.

따라서 $A + B + C = 4 + 81 + 9 = 94$ 이다.

15. $\sqrt{x} = a - 2$ 일 때, $\sqrt{x - 4a + 12} - \sqrt{x + 2a - 3}$ 을 간단히 하면? (단, $2 < a < 4$)

① $-2a + 5$

② $2a - 5$

③ 5

④ $-2a - 3$

⑤ $-2a + 3$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{x} = a - 2 \text{ 의 양변을 제곱하면 } x &= a^2 - 4a + 4 \\ \sqrt{a^2 - 8a + 16} - \sqrt{a^2 - 2a + 1} \\ &= \sqrt{(a - 4)^2} - \sqrt{(a - 1)^2} \\ &= |a - 4| - |a - 1| \\ &= -a + 4 - a + 1 = -2a + 5 \end{aligned}$$

16. $a = \sqrt{3} + 2$ 일 때, $3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$ 의 값은?

① $41 - 22\sqrt{3}$

② $22 + 41\sqrt{3}$

③ $22 - 41\sqrt{3}$

④ $22\sqrt{3} - 41$

⑤ $41 + 22\sqrt{3}$

해설

$a + 2 = t$ 로 치환하면

$$3(a+2)^2 - 2(a+2) - 8$$

$$= 3t^2 - 2t - 8$$

$$= (t-2)(3t+4)$$

$$= (a+2-2) \{3(a+2)+4\} = a(3a+10)$$

$$= (\sqrt{3}+2)(3\sqrt{3}+16)$$

$$= 41 + 22\sqrt{3}$$

17. 한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부에 10 개의 점을 놓을 때, 두 점 사이의 거리가 r 이하인 두 점이 반드시 존재한다. 이때 r 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

한 변의 길이가 9인 정사각형의 내부를 한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 9 개로 나누고

작은 정사각형 한 개안에 하나의 점을 놓는다고 할 때,
모두 10 개의 점을 놓아야 하므로 반드시 2 개의 점은 한 개의 작은 정사각형 안에 들어간다.

한 변의 길이가 3인 작은 정사각형 안에 2 개의 점을 놓을 때
두 점 사이의 거리의 최댓값은 작은 정사각형의 대각선의 길이
이므로 $3\sqrt{2}$ 이므로

$$r = 3\sqrt{2}$$

18. $(1-x)^{19}$ 의 전개식에서, x^2 의 계수가 171 일 때, x^{17} 의 계수의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -171

해설

$(1-x)^{19}$ 의 전개식에서 항은 20 개이고 계수들은 좌우대칭이 된다.

따라서 x^2 의 계수와 x^{17} 의 계수는 절댓값이 같고, 부호만 다르다.

$\therefore -171$

19. 다음 표와 같은 네 종류의 직육면체를 이용하여 모서리의 길이가 $(2x + 3y)$ 인 정육면체를 만들려고 할 때, 입체도형 A, B, C, D 가 필요한 개수의 합을 구하여라.

입체도형	가로의 길이	세로의 길이	높이
A	x	x	x
B	x	x	y
C	x	y	y
D	y	y	y

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 125 개

해설

A 의 부피 : x^3

B 의 부피 : x^2y

C 의 부피 : xy^2

D 의 부피 : y^3

한 모서리가 $(2x + 3y)$ 인 정육면체의 부피는

$$(2x + 3y)^3 = 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$$

따라서 입체도형 A, B, C, D 가 필요한 개수는 각각 8 개, 36 개, 54 개, 27 개이다.

$$\therefore 8 + 36 + 54 + 27 = 125(\text{개})$$

20. $x + y = 2$, $x^2 + y^2 = 3$ 일 때, $x^6 + y^6$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{99}{4}$

해설

$$x + y = 2, \quad x^2 + y^2 = 3$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$2^2 = 3 + 2xy$$

$$\therefore xy = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 2^3 - 3 \times \frac{1}{2} \times 2 = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^6 + y^6 &= (x^3)^2 + (y^3)^2 \\ &= (x^3 + y^3)^2 - 2(xy)^3 \\ &= 5^2 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{99}{4} \end{aligned}$$

21. $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 일 때, 다음을 계산하여라.
 $(x + y)^{100}(x - y)^{102}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{주어진 식}) &= (x + y)^{100}(x - y)^{100}(x - y)^2 \\ &= (x^2 - y^2)^{100}(x - y)^2\end{aligned}$$

에서 $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 를 대입하면

$$(\text{주어진 식}) = (-1)^{100} \times 2^2 = 4$$

22. $\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2$ 일 때, $\frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3}$ 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$\frac{y}{x} = A, \frac{x}{y} = \frac{1}{A} \text{ 이라 하면}$$

$$\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2 \Rightarrow A^2 + \frac{1}{A^2} = 2,$$

$$A^2 + \frac{1}{A^2} = \left(A + \frac{1}{A}\right)^2 - 2 = 2$$

$$\therefore A + \frac{1}{A} = \pm 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3} &= A^3 + \frac{1}{A^3} \\ &= \left(A + \frac{1}{A}\right)^3 - 3\left(A + \frac{1}{A}\right) \\ &= (\pm 2)^3 - 3(\pm 2) \\ &= \pm 2 \end{aligned}$$

23. $2x - 3$ 이 $2x^2 + ax - 15$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 7$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + ax - 15 &= (2x - 3)(x + b) \\ &= 2x + (2b - 3)x - 3b \text{ 에서} \end{aligned}$$

$$-15 = -3b, \quad b = 5$$

$$a = 2b - 3 = 10 - 3 = 7$$

24. 다항식 $(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수인 것은?

① $x^2 - x + 1$

② $x^2 + x - 1$

③ $x^2 - 2x - 1$

④ $x^2 - x + 3$

⑤ $x^2 - x + 9$

해설

$$(x^2 - 4)(x^2 - 2x - 3) - 21$$

$$= (x + 2)(x - 2)(x - 3)(x + 1) - 21$$

$$= (x + 2)(x - 3)(x + 1)(x - 2) - 21$$

$$= (x^2 - x - 6)(x^2 - x - 2) - 21$$

$$x^2 - x = A \text{ 로 놓으면}$$

$$(A - 6)(A - 2) - 21 = A^2 - 8A + 12 - 21$$

$$= A^2 - 8A - 9$$

$$= (A - 9)(A + 1)$$

$$= (x^2 - x - 9)(x^2 - x + 1)$$

25. $a + b = 4$, $a^2 - b^2 = 20$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 5$

해설

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \text{ 이므로}$$

$$4 \times (a - b) = 20$$

$$\therefore a - b = 5$$