1. x에 대한 다항식 $(4x^2-3x+1)^5$을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2-3x+1)^5$을 전개하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$(4x^2-3x+1)^5 = a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+\cdots+a_9x+a_{10}$과 같이 된다.
여기서 모든 계수들의 합
$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$을 구하려면
$x=1$을 대입하면 된다.
즉, $(4-3+1)^5 = a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$
모든 계수들의 합은 $2^5=32$

2. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$　② $x + 3$

③ $x^2 + 1$　④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$

$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$

⑤ $x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$

3. 서로 다른 세 실수 x, y, z에 대하여 $x^3+y^3+z^3=3xyz$ 를 만족할 때, $x+y+z$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^3+y^3+z^3-3xyz$
$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=0$
$(x+y+z)=0$ 또는 $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=0$
$\therefore\ x+y+z=0$ 또는 $\frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}=0$
그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수$(x\neq y\neq z)$ 이므로
$x+y+z=0$

4. 임의의 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $*$를 $A * B = A^2 + B^2 - A - B$ 라 할 때, 다음 중 $(x+1) * X = 2(x+1)^2$을 만족하는 다항식 X는?

① $x-1$ ② $x+2$ ③ $2(x-2)$

④ $2(x+3)$ ⑤ $(x+1)(x-2)$

해설

주어진 조건에 의해, 식을 전개하면 다음과 같다.
$x^2 + x + X^2 - X = 2x^2 + 4x + 2$
$X^2 - X = x^2 + 3x + 2$,
$[X - (x+2)][X + (x+1)]$
따라서 $X = x+2$ 또는 $X = -x-1$

5. 다음 식의 분모를 0으로 만들지 않는 모든 실수 x에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$의 값은?

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)} = \frac{a_1}{x-1} + \frac{a_2}{x-2} + \cdots + \frac{a_{10}}{x-10}$$

① 0 ② -1 ③ 1 ④ -10 ⑤ 10

해설

우변을 통분하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면,

$$(\text{우변}) = \frac{(a_1 + a_2 + \cdots + a_{10})x^9 + \cdots}{(x-1)(x-2)\cdots(x-10)}$$

양변의 계수를 비교하면

$a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 0$