1. $\frac{1}{7}$ 은 순환소수이다. 소수점아래 10 , 20 , 30 번째 자리의 숫자를 각각 $a,\ b,\ c$ 라 할 때, $a + 0.1 \times b + 0.01 \times c$ 가 나타내는 수는?

① 4.12 ② 5.21 ③ 2.15 ④ 8.24 ⑤ 8.47

해설

$\frac{1}{7} = 0.\dot{1}4285\dot{7}$ 로 순환마디는 6 자리이므로

$10 \div 6 = 1 \cdots 4$ 이므로 $a = 8$

같은 방법으로 $20 \div 6 = 3 \cdots 2,\ 30 \div 6 = 5 \cdots 0$ 이므로 $b = 4,\ c = 7$

따라서 $a + 0.1 \times b + 0.01 \times c = 8 + 0.4 + 0.07 = 8.47$ 이다.

2. $80 \le a \le 90$인 조건에서 $\frac{a}{180}$는 유한소수이고, 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{b}$와 같을 때, $a-b$의 값은?

① 41 ② 51 ③ 61 ④ 71 ⑤ 81

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{b}$

a는 9의 배수가 되어야 하므로 81이 된다.

$\therefore b = 20$

$\therefore a - b = 81 - 20 = 61$

3. 다음 식의 값을 구하면?

$$\frac{x^2yz-2xy+xy^2z}{xyz} \text{ (단, } x=\frac{1}{2}, y=\frac{1}{3}, z=6 \text{)}$$

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^2yz-2xy+xy^2z}{xyz} &= \frac{x^2yz}{xyz}-\frac{2xy}{xyz}+\frac{xy^2z}{xyz}\\ &= x-\frac{2}{z}+y\\ &= \frac{1}{2}-\frac{2}{6}+\frac{1}{3}\\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

4. $(-2a^2b^3)^4 \times \left(\frac{a}{2b^2}\right)^2 \div \{-(a^2b)^3\}$ 을 계산하면?

① $-4a^4b^5$ ② $-2a^6b^3$ ③ $4a^5b^4$
④ $-4a^6b^3$ ⑤ $2a^4b^5$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \div (-a^6b^3) \\ &= 16a^8b^{12} \times \frac{a^2}{4b^4} \times \left(-\frac{1}{a^6b^3}\right) \\ &= -4a^4b^5\end{aligned}$$

5. $(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^9 b^{14}$ 이 성립할 때, xy 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^{2\times x+1} b^{4\times y+6} = a^9 b^{14}$

$2x+1=9,\ 4y+6=14$

$\therefore x=4,\ y=2$

$xy = 4\times 2 = 8$

6. 순환소수 $0.\dot{3}$ 와 $0.0\dot{2}$ 의 합을 $0.a\dot{b}$ 라고 할 때, $0.\dot{b}-0.0\dot{a}$ 를 순환소수로 나타낸 것은?

① $0.4\dot{8}$ ② $0.5\dot{2}$ ③ $0.5\dot{6}$ ④ $0.6\dot{0}$ ⑤ $0.6\dot{4}$

해설

$0.\dot{3}+0.0\dot{2}=\frac{3}{9}+\frac{2}{90}=0.3\dot{5}$ $\therefore\ a=3,\ b=5$

$0.\dot{b}-0.0\dot{a}=0.\dot{5}-0.0\dot{3}=\frac{5}{9}-\frac{3}{90}=\frac{47}{90}=0.5\dot{2}$

7. $x = 3.4\dot{5}\dot{2}$ 일 때, $10^3x - 10x$ 의 값은?

① 3413 ② 3414 ③ 3415 ④ 3417 ⑤ 3418

해설

$$\begin{array}{rl} & 1000x = 3452.5252\cdots \\ -) & \quad 10x = \quad 34.5252\cdots \\ \hline & 990x = 3418 \end{array}$$

따라서 $10^3x - 10x = 1000x - 10x = 990x = 3418$ 이다.

8. 분수 $\frac{9 \times a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 정수는?

① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95 ⑤ 99

해설

$\frac{9 \times a}{180} = \frac{9 \times a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^2 \times 5}$ 이므로 a 는 어떤 수가 되도 유한소수로 나타낼 수 있다.
따라서 가장 큰 두 자리의 정수는 99 이다.

9. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \cdots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$개이다.

10. x에 관한 부등식 $3-\frac{x-a}{3}>\frac{a+x}{2}$의 해가 $4(x+4)<x+7$의 해와 같을 때, a의 값은?

① -33　② -3　③ 3　④ 15　⑤ 33

해설

첫 번째 부등식을 정리하면 $\frac{18-a}{5}>x$

두 번째 부등식을 정리하면 $x<-3$

두 부등식의 해가 같으므로

$\frac{18-a}{5}=-3$

$\therefore\ a=33$

11. 부등식 $ax + a - b < 0$ 의 해가 $x < 1$ 일 때, 부등식 $(a - 2b)x > a + b$ 를 풀면?

① $x > 2$　　② $x > 1$　　③ $x < -1$

④ $x < -2$　　⑤ $x < -3$

해설

$ax < -a + b$

$x < \dfrac{-a + b}{a} = 1 \ (\because a > 0)$

$-a + b = a, \ -2a = -b, \ 2a = b$

$(a - 2b)x > a + b, \ (a - 4a)x > a + 2a$

$-3ax > 3a$

$\therefore x < -1 (\because -3a < 0)$

12. 일차부등식 $\frac{x-2}{3}-\frac{5x-3}{4}<1$을 풀면?

① $x>-1$　　② $x<-1$　　③ $x>1$
④ $x<1$　　⑤ $x>-\frac{29}{11}$

해설

$\frac{x-2}{3}-\frac{5x-3}{4}<1$
양변에 분모의 최소공배수 12를 곱하면
$4x-8-15x+9<12$
$-11x<11$
$\therefore\ x>-1$

13. 부등식 $-3(x+2)-1>2(x-12)-3$ 을 풀었을 때 부등식의 해에 포함되는 자연수의 합을 구하면?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

$-3(x+2)-1>2(x-12)-3$

$-3x-6-1>2x-24-3$

$-3x-2x>-24-3+6+1$

$-5x>-20$

$x<4$

이므로 부등식을 만족하는 자연수는 1, 2, 3 이다.

$\therefore$ 자연수의 합 $=1+2+3=6$

14. $a < b$ 일 때, 옳은 것을 모두 고르면?

① $2 - a < 2 - b$
② $-a + 1 > -b + 1$
③ $3a - 5 < 3b - 5$
④ $\frac{a}{2} - 7 < \frac{b}{2} - 7$
⑤ $-3a - 6 < -3b - 6$

해설

양변에 음수를 곱하면 부등호 방향은 바뀐다.

15. $2(2x-y)=3+x+y$일 때, $2(x-2y)+y-2$를 x에 관한 식으로 나타낸 것은?

① $-x+1$　　② $x-2$　　③ $2x-3$

④ $2x-4$　　⑤ $3x-5$

해설

$2(2x-y)=3+x+y$

$4x-2y=3+x+y$

$3y=3x-3$

$\therefore y=x-1$

주어진 식에 대입하면

$$\begin{aligned}2(x-2y)+y-2 &= 2\{x-2(x-1)\}+(x-1)-2\\ &= 2(x-2x+2)+(x-1)-2\\ &= 2(-x+2)+x-3\\ &= -2x+4+x-3\\ &= -x+1\end{aligned}$$

16. 다음 보기 중 이차식은 모두 몇 개 인가?

보기

㉠ $4x^2 - 5x$

㉡ $x(4x-4)+2-4x^2$

㉢ $\frac{1}{x^2} - x$

㉣ $(2-4x+3x^2)-2(x^2-4x+1)$

㉤ $\left(\frac{1}{2}x^2+4x-1\right)-\left(-1-4x-\frac{1}{3}x^2\right)$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

식에서 가장 높은 차수가 이차식이어야 한다.

㉠. $4x^2 - 5x \rightarrow$ 이차식이다.

㉡.

$x(4x-4)+2-4x^2 = 4x^2-4x+2-4x^2 \rightarrow$ 계산을 하면 이차

$= -4x+2$

항이 소거된다.

㉢. $\frac{1}{x^2} - x \rightarrow$ 이차항이 분모에 있으므로 이차식이 아니다.

㉣.

$(2-4x+3x^2)-2(x^2-4x+1) \rightarrow$ 이차식이다.

$= 2-4x+3x^2-2x^2+8x-2$

$= x^2+4x$

㉤.

$\left(\frac{1}{2}x^2+4x-1\right)-\left(-1-4x-\frac{1}{3}x^2\right) \rightarrow$ 이차식이다.

$= \frac{1}{2}x^2+4x-1+1+4x+\frac{1}{3}x^2$

$= \frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^2+8x$

$= \frac{3}{6}x^2+\frac{2}{6}x^2+8x$

$= \frac{5}{6}x^2+8x$

17. 다음 중 $x = -2$ 일 때 참이 되는 부등식을 모두 고른 것은?

ㄱ. $2x \geq 5$
ㄴ. $x + 2 < 4$
ㄷ. $\frac{x}{3} < x + 1$
ㄹ. $2(x - 1) \leq 5$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄹ

해설

ㄱ. $-4 \geq 5$ 이 되므로 거짓이다.
ㄷ. $-\frac{2}{3} < -1$ 이 되므로 거짓이다.

18. $n = \dfrac{st-p}{pr}$ 를 t 에 관하여 풀면?

① $t = \dfrac{p(nr-1)}{s}$ ② $t = \dfrac{pnr+1}{s}$ ③ $t = \dfrac{nr+1}{sp}$
④ $t = \dfrac{p(nr+1)}{s}$ ⑤ $t = \dfrac{s(nr+1)}{p}$

해설

$n = \dfrac{st-p}{pr}$, $npr = st - p$, $st = npr + p$, $st = p(nr+1)$

$\therefore\ t = \dfrac{p(nr+1)}{s}$

19. 어떤 다항식에서 $2x-3y+5$를 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $4x+2y-3$이 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은?

① $-4x-2y-8$ ② $-2x-5y+8$ ③ $2x-5y-8$
④ $6x-y+2$ ⑤ $8x-4y+7$

해설

어떤 식을 A라 하면
$A-(2x-3y+5)=4x+2y-3$
$A=(4x+2y-3)+(2x-3y+5)=6x-y+2$
$\therefore\ (6x-y+2)+(2x-3y+5)$
$=8x-4y+7$

20. $81^{2x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{x+1}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{5}$

해설

$(3^4)^{2x-4} = (3^{-2})^{x+1}$

$8x - 16 = -2x - 2$

$10x = 14$

$\therefore\ x = \frac{7}{5}$

21. 다음 마방진의 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 같아지도록 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, 3^6, 3^8, 3^9 을 빈 칸에 채워 넣었을 때, $(B-D)\times(C-A)$ 의 값을 구하여라.

A	3^7	
B		3
	C	D

▶ 답 :

▷ 정답 : 236196

해설

2	7	6
9	5	1
4	3	8

A (3^2)	3^7	3^6
B (3^9)	3^5	3
3^4	C (3^3)	D (3^8)

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수끼리의 합과 같으므로 지수만으로 가로, 세로, 대각선의 합이 모두 같은 마방진을 먼저 만든다. (왼쪽 마방진)
밑을 3으로 하고 지수를 왼쪽 마방진의 수를 그대로 사용하면 오른쪽과 같이 가로, 세로, 대각선의 곱이 모두 3^{15} 가 되는 표가 완성된다.
따라서 $A(3^2)$, $B(3^9)$, $C(3^3)$, $D(3^8)$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore\ &(B-D)\times(C-A)\\ &=(3^9-3^8)\times(3^3-3^2)\\ &=(3\times3^8-3^8)\times(3\times3^2-3^2)\\ &=(2\times3^8)\times(2\times3^2)\\ &=4\times3^{10}\\ &=236196\end{aligned}$$

22. 자연수 n 의 일의 자리숫자를 $R(n)$ 이라고 할 때, $R(2^{97}) \times R(3^{98})$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2,\ 2^2 = 4,\ 2^3 = 8,\ 2^4 = 16,\ 2^5 = 32, \cdots$ 이므로
2 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이 반복된다.
$97 \div 4 = 24 \cdots 1$ 이므로 $R(2^{97}) = 2$
$3,\ 3^2 = 9,\ 3^3 = 27,\ 3^4 = 81,\ 3^5 = 243, \cdots$ 이므로
3 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이 반복된다.
$98 \div 4 = 24 \cdots 2$ 이므로 $R(3^{98}) = 9$
$\therefore\ 2 \times 9 = 18$

23. $a+b+c=1$ 일 때, $\frac{b+c}{(1-a)^2}+\frac{a+c}{(1-b)^2}+\frac{a+b}{(1-c)^2}-\frac{ab+ac}{(1-a)^2}-\frac{ab+bc}{(1-b)^2}-\frac{ac+bc}{(1-c)^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 1$, $b \neq 1$, $c \neq 1$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{b+c}{(1-a)^2}+\frac{a+c}{(1-b)^2}+\frac{a+b}{(1-c)^2}$$
$$-\frac{ab+ac}{(1-a)^2}-\frac{ab+bc}{(1-b)^2}-\frac{ac+bc}{(1-c)^2}$$
$$=\frac{b+c-a(b+c)}{(1-a)^2}+\frac{a+c-b(a+c)}{(1-b)^2}+\frac{a+b-c(a+b)}{(1-c)^2}$$
$$=\frac{(b+c)(1-a)}{(1-a)^2}+\frac{(a+c)(1-b)}{(1-b)^2}+\frac{(a+b)(1-c)}{(1-c)^2}$$
$$=\frac{b+c}{1-a}+\frac{a+c}{1-b}+\frac{a+b}{1-c}\cdots ㉠$$

$a+b+c=1$ 이므로

$b+c=1-a$, $a+c=1-b$, $a+b=1-c$ 이고, 이 식들을 식 ㉠에 대입하면,

$$\frac{b+c}{1-a}+\frac{a+c}{1-b}+\frac{a+b}{1-c}$$
$$=\frac{1-a}{1-a}+\frac{1-b}{1-b}+\frac{1-c}{1-c}$$
$$=1+1+1=3$$