1. 이차방정식 $x^2+bx+c=0$이 이차방정식 $x^2-5x-a=0$ 과의 공통근 2 를 중근으로 가질 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x=2$ 가 두 이차방정식의 공통의 해이므로,
$x=2$ 를 $x^2-5x-a=0$ 에 대입하면 $4-10-a=0$
$\therefore a=-6$
또 $x^2+bx+c=0$은 $x=2$ 가 중근이므로
$(x-2)^2=0$
$x^2-4x+4=0$
$\therefore b=-4, c=4$
$\therefore a+b+c=-6+(-4)+4=-6$

2. 세 개의 이차방정식 $x^2-(1+p)x+p=0$, $x^2-(q-1)x-q=0$, $x^2-2(p+2q)x+8pq=0$ 은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때, $p-4q-1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2-(1+p)x+p=0$, $x=1, x=p\cdots$ ㉠
$x^2-(q-1)x-q=0$, $x=-1, x=q\cdots$ ㉡
$x^2-2(p+2q)x+8pq=0$, $x=2p, x=4q\cdots$ ㉢
세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,
㉠에서 공통근은 $x=p$
㉢에서 $2p\neq p$ 이므로 공통근은 $x=4q$
㉡에서 $q\neq 4q$ 이므로 공통근은 $x=-1$
$\therefore p=4q=-1,\quad p-4q=0$
$\therefore p-4q-1=-1$

3. 두 개의 이차방정식 $x^2+ax+2=0$ 과 $x^2-2x-a=0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x=2,\ a=-3$　　② $x=2,\ a=3$
③ $x=1,\ a=3$　　④ $x=-1,\ a=-3$
⑤ $x=-1,\ a=3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x=\alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면
$\alpha^2+a\alpha+2=0\cdots$㉠ , $\alpha^2-2\alpha-a=0\cdots$㉡
㉠ − ㉡하면
$(a+2)\alpha+(a+2)=0, (a+2)(\alpha+1)=0$
$a=-2$ 또는 $\alpha=-1$ 에서 $a>0$ 이므로 $\alpha=-1$
$\alpha=-1$을 ㉠에 대입하면
$1-a+2=0 \quad \therefore a=3$

4. $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$ 일 때, $\begin{vmatrix} x & 3 \\ 1-x & x+2 \end{vmatrix} = 3x^2 - 5$ 를 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \dfrac{5 \pm \sqrt{41}}{4}$

해설

$$\begin{vmatrix} x & 3 \\ 1-x & x+2 \end{vmatrix} = x(x+2) - 3(1-x)$$
$$= x^2 + 2x - 3 + 3x$$
$$= x^2 + 5x - 3$$

즉, $x^2 + 5x - 3 = 3x^2 - 5$

$2x^2 - 5x - 2 = 0$

$x^2 - \dfrac{5}{2}x - 1 = 0$

$\left(x - \dfrac{5}{4}\right)^2 = \dfrac{41}{16}$

$\therefore\ x = \dfrac{5 \pm \sqrt{41}}{4}$