

1. 이차방정식  $x^2 + bx + c = 0$ 이 이차방정식  $x^2 - 5x - a = 0$  과의 공통근 2 를 중근으로 가질 때,  $a + b + c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 2$  가 두 이차방정식의 공통의 해이므로,

$x = 2$  를  $x^2 - 5x - a = 0$  에 대입하면  $4 - 10 - a = 0$

$$\therefore a = -6$$

또  $x^2 + bx + c = 0$ 은  $x = 2$  가 중근이므로

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\therefore b = -4, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = -6 + (-4) + 4 = -6$$

2. 세 개의 이차방정식  $x^2 - (1 + p)x + p = 0$ ,  $x^2 - (q - 1)x - q = 0$ ,  $x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0$  은 각각 서로 다른 두 실근을 갖는다. 세 개의 이차방정식의 공통근이 음수일 때,  $p - 4q - 1$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$x^2 - (1 + p)x + p = 0, x = 1, x = p \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 - (q - 1)x - q = 0, x = -1, x = q \cdots \textcircled{㉡}$$

$$x^2 - 2(p + 2q)x + 8pq = 0, x = 2p, x = 4q \cdots \textcircled{㉢}$$

세 개의 이차방정식의 공통근이 음수이므로,

㉠에서 공통근은  $x = p$

㉢에서  $2p \neq p$  이므로 공통근은  $x = 4q$

㉡에서  $q \neq 4q$  이므로 공통근은  $x = -1$

$$\therefore p = 4q = -1, p - 4q = 0$$

$$\therefore p - 4q - 1 = -1$$

3. 두 개의 이차방정식  $x^2 + ax + 2 = 0$  과  $x^2 - 2x - a = 0$  은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수  $a$  의 값을 구하면?

①  $x = 2, a = -3$

②  $x = 2, a = 3$

③  $x = 1, a = 3$

④  $x = -1, a = -3$

⑤  $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를  $\alpha$  라 하고  $x = \alpha$  를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠ - ㉡ 하면

$$(a + 2)\alpha + (a + 2) = 0, (a + 2)(\alpha + 1) = 0$$

$a = -2$  또는  $\alpha = -1$  에서  $a > 0$  이므로  $\alpha = -1$

$\alpha = -1$  을 ㉠에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

4.  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$  일 때,  $\begin{vmatrix} x & 3 \\ 1-x & x+2 \end{vmatrix} = 3x^2 - 5$  를 만족하는  $x$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 :  $x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{4}$

해설

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} x & 3 \\ 1-x & x+2 \end{vmatrix} &= x(x+2) - 3(1-x) \\ &= x^2 + 2x - 3 + 3x \\ &= x^2 + 5x - 3 \end{aligned}$$

$$\text{즉, } x^2 + 5x - 3 = 3x^2 - 5$$

$$2x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x - 1 = 0$$

$$\left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \frac{41}{16}$$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{41}}{4}$$