

1. $a > 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$$\sqrt{a^2} - (-\sqrt{a})^2 - \sqrt{(-a)^2} = a - a - a = -a$$

2. 다음 중 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응하는 수는?

① 자연수

② 정수

③ 무리수

④ 유리수

⑤ 실수

해설

연속성을 갖는 수는 실수뿐이며 수직선 위의 모든 점과 일대일 대응을 이루는 수는 실수이다.

3. $-\sqrt{10}$ 와 $\sqrt{17}$ 사이의 정수의 개수는 몇 개인가?

① 5 개

② 6 개

③ 7 개

④ 8 개

⑤ 9 개

해설

$-4 < -\sqrt{10} < -3$, $4 < \sqrt{17} < 5$ 이므로 $-3, -2, \dots, 4$ 로 총 8 개이다.

4. $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{7}$ 일 때, $\frac{b}{a} \times \frac{a}{b}$ 의 값은?

① 1

② $3\sqrt{7}$

③ 4

④ 21

⑤ 49

해설

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

$$\therefore \frac{b}{a} \times \frac{a}{b} = \frac{\sqrt{21}}{3} \times \frac{\sqrt{21}}{7} = \frac{\sqrt{21}^2}{21} = 1$$

5. 다음 중 계산이 틀린 것은?

① $\sqrt{5} - \sqrt{7} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{7} = -2\sqrt{5} + \sqrt{7}$

② $\frac{5 + \sqrt{15}}{10} + \frac{\sqrt{15} - 3}{6} = \frac{4\sqrt{15}}{15}$

③ $4\sqrt{2} - \sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2} + 3\sqrt{3}$

④ $7\sqrt{7} + \frac{3}{4}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{7} + \sqrt{5} = \frac{13\sqrt{7}}{2} + 8\sqrt{5}$

⑤ $7\sqrt{2} + \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{7}{2} = \frac{13\sqrt{2}}{2} - 2$

해설

$$\textcircled{4} \quad 7\sqrt{7} + \frac{3}{4}\sqrt{5} - \frac{1}{2}\sqrt{7} + \sqrt{5} = \frac{13\sqrt{7}}{2} + \frac{7\sqrt{5}}{4}$$

6. $(3x - a)^2 = 9x^2 + 24x + b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 12

⑤ 18

해설

$$(3x)^2 - 2 \times 3x \times a + (-a)^2 = 9x^2 - 6ax + a^2 \text{ 이므로}$$

$$-6a = 24, \quad a = -4$$

$$b = a^2 = 16$$

$$\therefore a + b = (-4) + 16 = 12$$

7. $4(x+1)(x+A) = 4(x-2)^2 - B$ 일 때, 상수 B 의 값은?

① 36

② 37

③ 38

④ 39

⑤ 40

해설

양변을 전개하면

$$4(x^2 + Ax + x + A) = 4(x^2 - 4x + 4) - B$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4(A+1)x + 4A = 4x^2 - 16x + 16 - B$$

$$4(A+1) = -16$$

$$A+1 = -4$$

$$\therefore A = -5$$

$$4A = 16 - B \text{ 이므로 } -20 = 16 - B,$$

따라서 B 의 값은 36 이다.

8. $(x+1)(x+3y+1)$ 를 전개하면?

① $x^2 + x + 1 + xy + y$

② $x^2 + 2x + 1 + xy + 2y$

③ $x^2 + 2x + 1 + 3xy + 2y$

④ $x^2 + 2x + 1 + 3xy + 3y$

⑤ $x^2 + 3x + 1 + 2xy + 2y$

해설

$x+1=A$ 로 치환하면

$$(\text{주어진 식}) = A \cdot (A+3y)$$

$$= A^2 + 3Ay = (x+1)^2 + 3(x+1)y$$

$$= x^2 + 2x + 1 + 3xy + 3y$$

9. $2 < \sqrt{4n} < 5$ 를 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$2 < \sqrt{4n} < 5$ 에서 각 변을 제곱하면

$$4 < 4n < 25, \quad 1 < n < \frac{25}{4}$$

$$\therefore n = 2, 3, 4, 5, 6$$

10. 다음 중 옳은 것은?

- ① 정수가 아닌 유리수는 유한소수이거나 순환소수이다.
- ② 순환소수가 아닌 무한소수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 무리수이다.
- ④ 무한소수는 무리수이다.
- ⑤ 무한소수는 순환소수이다.

해설

유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
무리수는 순환하지 않는 무한소수로 나타내어진다.

11. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $4 - \sqrt{2} < 2$

② $2 - \sqrt{7} < \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} > -4$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} < -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 > \sqrt{3} + 1$

해설

① $4 - \sqrt{2} - 2 = 2 - \sqrt{2} = \sqrt{4} - \sqrt{2} > 0$

$\therefore 4 - \sqrt{2} > 2$

② $2 - \sqrt{7} - (\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore 2 - \sqrt{7} > \sqrt{3} - \sqrt{7}$

③ $-\sqrt{15} - (-4) > 0$

④ $-\sqrt{3} - \sqrt{10} - (-\sqrt{10} - 3) = -\sqrt{3} + 3 = -\sqrt{3} + \sqrt{9} > 0$

$\therefore -\sqrt{3} - \sqrt{10} > -\sqrt{10} - 3$

⑤ $\sqrt{2} + 1 - (\sqrt{3} + 1) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0$

$\therefore \sqrt{2} + 1 < \sqrt{3} + 1$

12. 실수 x, y 에 대하여 연산 $\star$ 를 $x \star y = (x + y) \sqrt{3} + xy \sqrt{2}$ 라 할 때, 등식 $(5 \star 2) + (10 \star 1) = a \sqrt{3} + b \sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 18

② 20

③ 38

④ 56

⑤ 58

해설

$$(5 \star 2) = 7 \sqrt{3} + 10 \sqrt{2} \text{ 이고,}$$

$$(10 \star 1) = 11 \sqrt{3} + 10 \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$(5 \star 2) + (10 \star 1) = 18 \sqrt{3} + 20 \sqrt{2}$$

$$18 \sqrt{3} + 20 \sqrt{2} = a \sqrt{3} + b \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore a + b = 18 + 20 = 38$$

13. 제곱근표에서 $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{5} = 2.236$ 일 때, $\sqrt{20} - (\sqrt{2} - \sqrt{5})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5.294

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{20} - (\sqrt{2} - \sqrt{5}) &= 2\sqrt{5} - \sqrt{2} + \sqrt{5} \\ &= 3\sqrt{5} - \sqrt{2} \\ &= 3 \times 2.236 - 1.414 \\ &= 6.708 - 1.414 = 5.294\end{aligned}$$

14. $\left(a - \frac{b}{2}\right)\left(a + \frac{b}{2}\right) - \left(\frac{2}{3}a + 3b\right)\left(\frac{2}{3}a - 3b\right) = pa^2 + qb^2$ 에서 상수 p, q 에 대하여 $9p + 4q$ 의 값은?

① 5

② 29

③ 31

④ 35

⑤ 40

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left\{ \left(\frac{2}{3}a\right)^2 - (3b)^2 \right\} \\ &= a^2 - \frac{b^2}{4} - \frac{4}{9}a^2 + 9b^2 \\ &= \frac{5}{9}a^2 + \frac{35}{4}b^2 \\ \therefore 9p + 4q &= 5 + 35 = 40 \end{aligned}$$

15. $(x-3)(x^2+9)(x+3)$ 을 전개하면?

① $x^2 - 9$

② $x^2 - 81$

③ $x^4 - 3$

④ $x^4 - 9$

⑤ $x^4 - 81$

해설

$$(x-3)(x+3)(x^2+9) = (x^2-9)(x^2+9) = x^4 - 81$$

16. $(x-6)(x+a)$ 의 전개식에서 x 의 계수가 5 일 때, 상수항은?(단, a 는 상수이다.)

① -66

② -30

③ -5

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-6)(x+a) = x^2 + (-6+a)x - 6a$ 에서 x 의 계수가 5 라고 했으므로 $-6+a=5$ 이고, $a=11$ 이다.

따라서 상수항은 $-6a = (-6) \times 11 = -66$ 이다.

17. $(2x + a)(bx - 3) = 8x^2 + cx - 9$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$2bx^2 + (ab - 6)x - 3a = 8x^2 + cx - 9$$

$$-3a = -9 \Rightarrow a = 3$$

$$2b = 8 \Rightarrow b = 4$$

$$c = ab - 6 \Rightarrow c = 6$$

$$\therefore a + b + c = 13$$

18. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.

㉤ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

19. $(-9)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{625}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=4$

해설

$$(-9)^2 = 81 = (\pm 9)^2$$

$$\therefore a = 9$$

$$\sqrt{625} = 25 = (\pm 5)^2$$

$$\therefore b = -5$$

$$\therefore a+b = 9-5 = 4$$

20. $\sqrt{5} \times 3\sqrt{a} = 15$, $\sqrt{3} \times \sqrt{b} = 6$, $\sqrt{2.43} = c\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b, c 의 곱 abc 의 값은?

① 60

② 54

③ $\frac{54}{5}$

④ $3\sqrt{6}$

⑤ 1

해설

$$3\sqrt{a} = \frac{15}{\sqrt{5}}, \sqrt{a} = \frac{15}{3\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\therefore a = 5$$

$$\sqrt{b} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} = \sqrt{12}$$

$$\therefore b = 12$$

$$\sqrt{\frac{243}{100}} = \frac{9\sqrt{3}}{10} = c\sqrt{3}$$

$$\therefore c = \frac{9}{10}$$

$$\therefore abc = 5 \times 12 \times \frac{9}{10} = 54$$

21. 세 실수 $A = \sqrt{20} + \sqrt{80}$, $B = \sqrt{21} + \sqrt{79}$, $C = \sqrt{22} + \sqrt{78}$ 의 대소 관계가 바르게 된 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

해설

A , B , C 가 모두 양수이므로 A^2 , B^2 , C^2 을 구해서 비교해도 좋다.

$$\begin{aligned} A^2 &= (\sqrt{20} + \sqrt{80})^2 \\ &= 20 + 2\sqrt{20 \times 80} + 80 = 100 + 2\sqrt{1600} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B^2 &= (\sqrt{21} + \sqrt{79})^2 \\ &= 21 + 2\sqrt{21 \times 79} + 79 = 100 + 2\sqrt{1659} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C^2 &= (\sqrt{22} + \sqrt{78})^2 \\ &= 22 + 2\sqrt{22 \times 78} + 78 = 100 + 2\sqrt{1716} \end{aligned}$$

$$\sqrt{1600} < \sqrt{1659} < \sqrt{1716} \text{ 이므로 } A^2 < B^2 < C^2$$

$$\therefore A < B < C$$

22. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. () 에 알맞은 수는?

$$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63} = 2^{(\quad)}$$

① 126

② 127

③ 128

④ 129

⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2} \times (4-2)$ 를 곱한다.

$(\frac{1}{2} \times (4-2) = 1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$

$$= \frac{1}{2} \times (4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32}) = \frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$$

$$= \frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$$

$$= 2^{127}-2^{63}$$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\quad)}$ 이므로

$$\therefore 2^{(\quad)}=2^{127} \quad \therefore (\quad)=127$$

23. $x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}}$ 일 때, $x^2 + x + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$x = \sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} \text{에서}$$

$$\sqrt{3 - \sqrt{3 - \sqrt{3 - \dots}}} = \sqrt{3 - x} = x \text{ 이므로}$$

$$3 - x = x^2, x^2 + x = 3$$

$$\therefore x^2 + x + 1 = 4$$

24. $\sqrt{\frac{12x}{y}}$ 가 자연수가 되게 하는 자연수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\sqrt{\frac{12x}{y}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3 \times x}{y}} \text{ 가 자연수가 되도록 하는 자연수 } x, y \text{ 는}$$

다음과 같다.

분모 y 는 $2^2 \times 3 \times x$ 의 약수가 되어야 하므로

$y = 1$ 일 때, x 는 $3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $3 \times 1^2 = 3$ 이다. $\therefore x + y = 3 + 1 = 4$

$y = 2$ 일 때, x 는 $2 \times 3 \times (\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 이다. $\therefore x + y = 6 + 2 = 8$

$y = 3$ 일 때, x 는 $(\text{자연수})^2$ 꼴이므로 최솟값은 $1^2 = 1$ 이다. $\therefore x + y = 1 + 3 = 4$

y 가 1, 2, 3 이외의 자연수일 때, $x + y \geq 7$ ($y = 4$ 일 때, $x = 3$) 이다.

따라서 $x + y$ 의 최솟값은 4 이다.

25. $a + b = 3$, $a^2 + b^2 = 5$, $a > b$ 일 때, $\frac{ab}{a-b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 5 \text{ 에서 } ab = 2$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab \text{ 이므로}$$

$$\therefore a - b = 1 \quad (\because a > b)$$

$$\therefore \frac{ab}{a-b} = \frac{2}{1} = 2$$