

1. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉, $f(2) = 0$ 을 만족시키는 k 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

2. $(a + b)(a^2 - ab + b^2)(a^3 - b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

① $a^3 + b^3$

② $a^6 + b^6$

③ $a^6 - b^6$

④ $a^9 + b^9$

⑤ $a^9 - b^9$

해설

(준 식) $= (a^3 + b^3)(a^3 - b^3) = a^6 - b^6$

3. 다항식 $2x^2 - 2y^2 + 3xy + 5x + 5y + 3$ 을 두 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 두 일차식의 합으로 옳은 것은?

- ① $3x + 3y - 2$ ② $3x - y - 4$ ③ $3x + y + 4$
④ $3x + y - 2$ ⑤ $3x - y + 2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + (3y + 5)x - (2y^2 - 5y - 3) \\ &= (2x + (2y + 1))(x - (y - 3)) \\ &\therefore (2x + 2y + 1) + (x - y + 3) = 3x + y + 4 \end{aligned}$$

4. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

5. 복소수 $z = x + yi$ 를 좌표평면 위에 점 $p(x, y)$ 에 대응시킬 때, $(3 - 4i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 p 의 자취가 나타내는 도형은?
- ① 기울기가 양인 직선 ② 기울기가 음인 직선
③ 위로 볼록한 포물선 ④ 아래로 볼록한 포물선
⑤ 원

해설

$$\begin{aligned}(3 - 4i)z &= (3 - 4i)(x + yi) \\ &= (3x + 4y) + (-4x + 3y)i\end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부 $-4x + 3y = 0$ 이다.

$$\therefore y = \frac{4}{3}x \quad (\Rightarrow \text{기울기가 양인 직선})$$

6. $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50} + \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50} - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{100}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i,$$

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (-i)^{50} + i^{50} - (-i)^{100} \\ &= \{(-i)^2\}^{25} + (i^2)^{25} - \{(-i)^2\}^{50} \\ &= -1 - 1 - 1 = -3 \end{aligned}$$

7. 어떤 실수 a 에 대하여 두 수 $[a]$ 와 $a - [a]$ 를 근으로 하는 이차방정식이 $4x^2 - 7x + k = 0$ 일 때, 상수 k 의 값은?(단, $[a]$ 는 a 보다 크지 않는 최대의 정수이다.)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$4(x - [a])(x - a + [a]) = 4x^2 - 4ax + 4a[a] - 4[a]^2$$

$$4a = 7 \circ \text{므로 } a = \frac{7}{4}$$

$$[a] = \left[\frac{7}{4} \right] = 1$$

$$\therefore k = 4a[a] - 4[a]^2 = 7 - 4 = 3$$

8. 이차함수 $y = x^2 + ax + 1$ 의 그래프와 직선 $y = 3x - 8$ 이 만나지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-5 < a < -1$ ② $-3 < a < 9$ ③ $-1 < a < 4$
④ $2 < a < 6$ ⑤ $4 < a < 7$

해설

이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 3x - 8$,
즉 $x^2 + (a - 3)x + 9 = 0$ 이 이차방정식이 허근을 가져야 하므로
 $D = (a - 3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 < 0$
 $a^2 - 6a - 27 < 0$
 $(a + 3)(a - 9) < 0$
 $\therefore -3 < a < 9$

9. 차가 12인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수 중 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 각각 x , $x + 12$ 라 하면
 $y = x(x + 12)$
 $= x^2 + 12x$
 $x = (x + 6)^2 - 36$
 $x = -6$ 일 때, 최솟값 -36 을 갖는다.
 $x = -6$, $-6 + 12 = 6$
따라서 두 수 중에서 큰 수는 6 이다.

10. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $x^{100} + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^{100}}$ 의 값은?

- ① 1 ② -2 ③ 0 ④ -1 ⑤ 2

해설

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x-1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x^3 = 1$$

$$(\text{준식}) = x \cdot x^{99} + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x \cdot x^{99}}$$

$$= x + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x}$$

$$= -1 + \frac{x+1}{x^2} (\because x^2 + x = -1)$$

$$= -1 + \frac{-x^2}{x^2} (\because x+1 = -x^2)$$

$$= -2$$

11. 두 방정식 $2xy = x^2$, $2xy = y^2 - y$ 를 모두 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 개수는?

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

순서쌍 (x, y) 는 연립방정식

$$\begin{cases} 2xy = x^2 & \dots \textcircled{A} \\ 2xy = y^2 - y & \dots \textcircled{B} \end{cases} \text{의 해이다.}$$

①에서 $x = 0$ 또는 $x = 2y$

(i) $x = 0$ 일 때 :

②에서 $y^2 - y = 0$

$\therefore y = 0$ 또는 1

(ii) $x = 2y$ 일 때 :

②에서 $4y^2 = y^2 - y$

$\therefore y = 0$ 또는 $-\frac{1}{3}$

$\therefore (x, y) = (0, 0), (0, 1), \left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$

12. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x + y = -3 \\ xy = -4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로

$(t - 1)(t + 4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x = -4 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

13. 방정식 $2x + 5y = 84$ 를 만족하는 양의 정수 x, y 의 해 중에서 x 의 최댓값을 구하면?

① 36

② 37

③ 38

④ 39

⑤ 40

해설

준식을 y 에 대하여 정리하면

$$y = \frac{84 - 2x}{5} = \frac{2(42 - x)}{5} \dots\dots\text{㉠}$$

㉠에서 y 가 양의 정수이므로 $42 - x$ 가 5의 배수이다.

따라서, $x = 2, 7, \dots, 37$

$\therefore x$ 의 최댓값은 37

14. 다항식 $f(x)$ 를 $\left(x - \frac{2}{3}\right)$ 로 나눌때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, 다음 중 $f(x)$ 를 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

- ① $Q(x), R$ ② $3Q(x), R$ ③ $Q(x), 3R$
④ $\frac{1}{3}Q(x), R$ ⑤ $Q(x), \frac{1}{3}R$

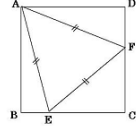
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{2}{3}\right) Q(x) + R \\ &= 3 \left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} Q(x) + R \\ &= (3x - 2) \frac{1}{3} Q(x) + R \end{aligned}$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

$$\text{몫: } \frac{1}{3}Q(x) \text{ 나머지: } R$$

15. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사각형 ABCD 가 있다. 변 BC, CD 위에 각각 점 E, F 를 잡아 $\triangle AEF$ 가 정삼각형이 되도록 할 때, $\overline{BE}$ 의 길이를 구하면?



- ☒ ① $4 - 2\sqrt{3}$ ② $3 - \sqrt{3}$ ③ $3 - 2\sqrt{2}$
 ④ $3 - \sqrt{2}$ ⑤ $2 - \sqrt{2}$

해설

$\overline{BE} = \overline{DF} = x$, $\overline{EC} = \overline{FC} = y$ 라 하면,

$$x + y = 2$$

$\overline{AE}$ 는 ($\triangle ABE$ 가 직각삼각형이므로)

$$\overline{AE} = \sqrt{4+x^2}$$

$\overline{EF}$ 는 ($\triangle EFC$ 가 직각이등변삼각형이므로)

$$\overline{EF} = \sqrt{2}y$$

$\triangle AEF$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{AE} = \overline{EF}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4+x^2} = \sqrt{2}y \Leftrightarrow 4+x^2 = 2y^2$$

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 4+x^2=2y^2 \end{cases}$$

을 연립하여 풀면 $x = 4 - 2\sqrt{3}$