1. 사탕 52개, 초콜릿 75개, 껌 103개를 가능한 한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 사탕은 2개가 부족하고, 초콜릿은 3개가 남았고, 껌은 5개가 부족했다. 몇 명의 학생에게 나누어 주려고 하였는지 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 18명

해설

사탕은 2개 부족하고, 초콜릿은 3개 남고, 껌은 5개 부족하므로 사탕은 54개, 초콜릿 72개, 껌 108개가 있으면 똑같이 나누어 줄 수 있다.
따라서 구하는 학생 수는 54, 72, 108의 최대공약수인 18명이다.

2. 두 자연수 27, 39를 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 모두 3이 된다.
이러한 자연수 중 가장 큰 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

해설

27, 39, 51을 각각 어떤 자연수로 나누면 나머지가 3이 된다면, (27 – 3), (39 – 3)을 어떤 수로 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 24와 36의 최대공약수인 12이다.

3. $A = 3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 16 + (-5^2)$, $B = -5 - 6^2 \div \frac{12}{7} \div 21 - (-5)$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: -15

해설

$$\begin{aligned} A &= 3^2 - \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times 16 + (-5^2) \\ &= 9 - \left(-\frac{1}{8}\right) \times 16 - 25 \\ &= 9 + 2 - 25 = -14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= -5 - 6^2 \div \frac{12}{7} \div 21 - (-5) \\ &= -5 - 36 \times \frac{7}{12} \times \frac{1}{21} + (+5) \\ &= -5 - 1 + 5 = -1 \end{aligned}$$

$\therefore A + B = (-14) + (-1) = -15$

4. $A=\frac{3}{2}-\left(-\frac{7}{4}\right)\times 12,\ B=\frac{20}{3}\times\left\{(-5)^2-\frac{31}{4}\right\}\div 23$ 일 때, $A+B$ 를 구하여라.

① $\frac{45}{2}$ ② $\frac{55}{2}$ ③ 14 ④ $\frac{55}{3}$ ⑤ 20

해설

$A=\frac{3}{2}-(-21)=\frac{3}{2}+21=\frac{45}{2}$,

$B=\frac{20}{3}\times\left(25-\frac{31}{4}\right)\div 23$

$=\frac{20}{3}\times\frac{69}{4}\div 23$

$=\frac{20}{3}\times\frac{69}{4}\times\frac{1}{23}=5$

$\therefore\ A+B=\frac{45}{2}+5=\frac{55}{2}$

5. $5^4 \times \square$의 약수의 개수가 15 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$\square = a^x$(a는소수) 라고 하면 $5^4 \times a^x$ 의 약수의 개수는 15 개이므로

$(4+1) \times (x+1) = 15$, $x+1 = 3$, $x = 2$ 이다.

또한 가장 작은 자연수가 되기 위해서는 $a = 2$ 이다.

따라서 $\square = a^x = 2^2 = 2 \times 2 = 4$ 이다.

6. $A = 3^5 \times \square$ 의 약수가 18 개일 때, □ 안에 들어갈 수 있는 최소의 자연수는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$A = 3^5 \times \square$ 에서

약수의 개수가 18 개이면 $\square$ 가 가장 작은 소인수 2 일 때

$\square = 2^2 = 4$

7. 한 개의 원주 위를 같은 방향으로 일정한 속도로 움직이는 세 점 A, B, C 가 있다. 점 A 는 한 바퀴 도는 데 8초 걸리고, 점 B 는 1 분에 20 바퀴, 점 C 는 1 분에 30 바퀴를 돈다고 한다. 어떤 시각에 A, B, C 가 동시에 점 P 를 통과했을 때, 이 시각에서 15 분 후 사이에는 점 P 를 동시에 몇 번 통과하는지 구하여라.

▶ 답: 번

▷ 정답: 37번

해설

한 바퀴 도는 데 A 는 8 초, B 는 3 초, C 는 2 초가 걸리므로 8, 3, 2 의 최소공배수인 24 초마다 점 P 를 동시에 통과한다.
$15 \times 60 = 900$(초) 에서 $900 \div 24 = 37.5$ 이므로 37 번 통과한다.

8. 어느 버스 정류장에서는 버스 A, B, C 가 각각 10 분, 12 분, 16 분 간격으로 운행한다. 오전 9 시에 세 버스가 동시에 출발했다면 오후 6 시까지 몇 번 더 동시에 출발할지 구하여라.

▶ 답 : 번

▷ 정답 : 2 번

해설

$$\begin{array}{r|lll} 2 & 10 & 12 & 16 \\ \hline 2 & 5 & 6 & 8 \\ \hline & 5 & 3 & 4 \end{array}$$

(최소공배수) : $2 \times 2 \times 5 \times 3 \times 4 = 240$

세 버스는 240분(= 4시간) 마다 동시에 출발한다.

$18 - 9 = 9$ (시간)

$9 \div 4 = 2 \cdots 1$

오전 9 시에 동시에 출발하고 오후 6 시까지 2 번 더 동시에 출발한다.