1. 다음 (　　　　)안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 (　　　　)조건이다.

▶ **답 :** 조건

▷ **정답 :** 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

2. 다음에서 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

$p : a, b$는 모두 짝수 $\quad q : a+b$는 짝수

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 충분조건

해설

$a,\ b$ 는 모두 짝수 $\rightarrow a+b$ 는 짝수 (역은 성립하지 않음) 증명)
$a=2m,\ b=2n$ ($n,\ m$ 은 자연수) 이면,
$a+b=2m+2n=2(m+n)$ 이므로 짝수이다.
한편, $a=3,\ b=3$ 일 때 $a+b=6$ 이므로 짝수이지만, $a,\ b$ 는 모두 홀수이다.
$\therefore p$ 는 q 의 충분조건이다.

3. 다음 중 $x > 7$ 의 필요조건이고, 충분조건은 되지 않는 것은?

① $x > 7$ ② $x < 7$ ③ $x \geq 7$ ④ $x \leq 7$ ⑤ $x = 7$

해설

$x > 7$ 범위를 포함하는 것을 고르면 $x \geq 7$

4. $x > y > 0$인 실수 x, y에 대하여 $\dfrac{x}{1+x}$, $\dfrac{y}{1+y}$의 대소를 비교하면?

① $\dfrac{x}{1+x} < \dfrac{y}{1+y}$ ② $\dfrac{x}{1+x} \leq \dfrac{y}{1+y}$ ③ $\dfrac{x}{1+x} > \dfrac{y}{1+y}$

④ $\dfrac{x}{1+x} \geq \dfrac{y}{1+y}$ ⑤ $\dfrac{x}{1+x} = \dfrac{y}{1+y}$

해설

$A = \dfrac{x}{1+x} - \dfrac{y}{1+y}$ 이라하면

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} = \frac{x(1+y) - y(1+x)}{(1+x)(1+y)}$$

$$= \frac{x-y}{(1+x)(1+y)} > 0$$

따라서 $\therefore \dfrac{x}{1+x} > \dfrac{y}{1+y}$

5. $a > b > 0$일 때, 다음 $2a+b$, $a+2b$의 대소를 비교하면?

① $2a+b < a+2b$

② $2a+b \leq a+2b$

③ $2a+b > a+2b$

④ $2a+b \geq a+2b$

⑤ $2a+b = a+2b$

해설

$(2a+b)-(a+2b)=a-b>0$

$\therefore 2a+b > a+2b$

6. 세 수 $A = 3\sqrt{3} - 1$, $B = \sqrt{3} + 2$, $C = 2\sqrt{3} + 1$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C < B < A$ ② $A < B < C$ ③ $A < C < B$

④ $B < A < C$ ⑤ $B < C < A$

해설

i) $A - B = (3\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 2)$

$= 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$

$\therefore A > B$

ii) $B - C = (\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3} + 1)$

$= 1 - \sqrt{3} < 0$

$\therefore B < C$

iii) $C - A = (2\sqrt{3} + 1) - (3\sqrt{3} - 1)$

$= 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0$

$\therefore C > A$

따라서 $B < A < C$

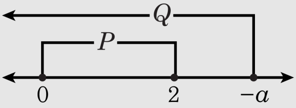
7. 실수 x에 대한 두 조건 p : $0 \le x \le 2$, q : $x + a \le 0$이 있다. 명제 $p \rightarrow q$가 참일 때, a의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 하면 $p \rightarrow q$가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x|0 \le x \le 2\}$, $Q = \{x|x \le -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$이려면 $2 \le -a$, $a \le -2$ 따라서 a의 최댓값은 -2

8. 명제 ‘모든 실수 x 에 대하여 $x^2+4 \geq k$ 이다.’ 는 참이고, ‘어떤 실수 x 에 대하여 $x^2+k \leq 1$ 이다.’ 는 거짓일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $-4 \leq k \leq -1$ ② $1 \leq k \leq 4$ ③ $-1 \leq k < 1$

④ $1 < k \leq 4$ ⑤ $-4 \leq k \leq 1$

해설

모든 실수 x 에 대하여 $x^2+4 \geq k$ 가 참이므로 $k \leq 4$

어떤 실수 x 에 대하여 $x^2+k \leq 1$ 이 거짓이므로 $k > 1$

$\therefore\ 1 < k \leq 4$

9. x, y가 실수이고 $x^2 + y^2 = 10$일 때 $x + 3y$의 최댓값은?

① 5 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

x, y가 실수이므로
코시-슈바르츠 부등식에 의하여
$(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$
이 때, $x^2 + y^2 = 10$이므로
$100 \geq (x + 3y)^2$
$\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$
(단, 등호는 $x = \dfrac{y}{3}$일 때 성립)
따라서 최댓값은 10이다.

10. $x \geq 0$, $y \geq 0$이고 $x+3y=8$일 때, $\sqrt{x}+\sqrt{3y}$의 최댓값은?

① 2　　② 3　　③ $\sqrt{10}$　　④ $\sqrt{15}$　　⑤ 4

해설

x, y가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
$(\sqrt{x}+\sqrt{3y})^2 \leq (1^2+1^2)\left\{(\sqrt{x})^2+(\sqrt{3y})^2\right\}$
$=2(x+3y)$
$=16$ (단, 등호는 $x=3y$일 때 성립)
그런데 $\sqrt{x}+\sqrt{3y} \geq 0$이므로
$0 \leq \sqrt{x}+\sqrt{3y} \leq 4$
따라서 $\sqrt{x}+\sqrt{3y}$의 최댓값은 4이다.

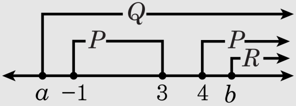
11. $-1 \le x \le 3$ 또는 $x \ge 4$이기 위한 필요조건은 $x \ge a$ 이고, 충분조건은 $x \ge b$일 때, a의 최댓값과 b의 최솟값의 합을 구하면?

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$P = \{x|\ -1 \le x \le 3\ or\ \ x \ge 4\}$, $Q = \{x|\ x \ge a\}$, $R = \{x|\ x \ge b\}$

이라 하면 $P \subset Q$, $R \subset P$



$a \le -1,\ \ b \ge 4$

$\therefore -1 + 4 = 3$