

1. 다음 설명 중 옳은 것은? (정답 2 개)

- ① 순환소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ② 유한소수로 나타낼 수 없는 분수는 모두 순환소수이다.
- ③ 분모의 소인수가 2 나 5 뿐인 기약분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 순환소수이다.
- ⑤ 모든 순환소수는 유한소수이다.

해설

- ① 순환소수는 모두 유리수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수와 순환소수가 있다.
- ⑤ 순환소수는 무한소수이다.

2. 다음 분수를 소수로 고칠 때, 무한소수는?

① $\frac{7}{35}$

② $\frac{21}{45}$

③ $\frac{45}{30}$

④ $\frac{29}{50}$

⑤ $\frac{3}{120}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다. 그 외의 수는 무한소수이다.

② $\frac{21}{45} = \frac{3 \times 7}{3^2 \times 5} = \frac{7}{3 \times 5}$

3. 다음 분수 $\frac{2}{11}$ 를 소수로 표현할 때, 순환마디는?

- ① 2 ② 11 ③ 15 ④ 18 ⑤ 151

해설

$2 \div 11 = 0.181818\cdots$, 순환마디 18

4. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것은?

① $0.121212\cdots = 0.\dot{1}\dot{2}$

② $0.405405\cdots = 0.\dot{4}0\dot{5}$

③ $1.234234\cdots = 1.\dot{2}3\dot{4}$

④ $1.06666\cdots = 1.0\dot{6}$

⑤ $-2.5555\cdots = -2.\dot{5}$

해설

① $0.\dot{1}\dot{2}$

② $0.\dot{4}0\dot{5}$

③ $1.\dot{2}3\dot{4}$

④ $1.0\dot{6}$

⑤ $-2.\dot{5}$

5. 다음 중 $x = 13.5434343\cdots$ 을 분수로 나타내는 계산에서 쓰이는 식은?

① $10x - x$

② $100x - x$

③ $1000x - 100x$

④ $100x - 10x$

⑤ $1000x - 10x$

해설

$x = 13.5434343\cdots$ 을 분수로 나타내기 위한 식은 $1000x - 10x$ 이다.

6. 다음 보기의 수를 작은 수부터 차례대로 나열한 것은?

보기

㉠ 0.072	㉡ 0.07 $\bar{2}$
㉢ 0.07 $\dot{2}$	㉣ 0.0 $\dot{7}\bar{2}$

- ① ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉢
- ② ㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣
- ③ ㉡ → ㉠ → ㉢ → ㉣
- ④ ㉢ → ㉣ → ㉡ → ㉠
- ⑤ ㉣ → ㉢ → ㉡ → ㉠

해설

㉠ 0.072
㉡ 0.072222...
㉢ 0.0727272...
㉣ 0.072072...
이므로 ㉠ > ㉣ > ㉡ > ㉢이다.

7. 0.5 에 어떤 수를 곱하였더니 3.8 이 되었다. 어떤 수를 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

어떤 수를 a 라고 하면

$$\frac{5}{9} \times a = \frac{38 - 3}{9} = \frac{35}{9}$$

그러므로 $a = 7$

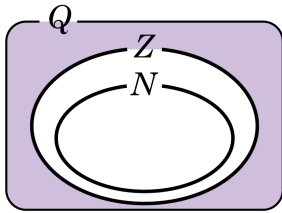
8. 순환소수 $0.3\dot{8}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 9 ③ 18 ④ 90 ⑤ 99

해설

$$0.3\dot{8} = \frac{38 - 3}{90} = \frac{35}{90} = \frac{7}{18}$$

9. 자연수, 정수, 유리수의 집합을 각각 N , Z , Q 라 할 때, 다음 중 색칠한 부분에 알맞은 수를 모두 찾으시오?



- ① 3 ② -4 ③ $\frac{12}{6}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ 0.25

해설

색칠한 부분 : 정수가 아닌 유리수

① 양의 정수

② 음의 정수

③ $\frac{12}{6} = 2$ 이므로 양의 정수

④, ⑤ : 정수가 아닌 유리수

10. $\frac{13}{20}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은?

- ① 67 ② 68 ③ 69 ④ 70 ⑤ 71

해설

$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{10^2}$, $a = 65$, $n = 2$ 이므로 $a+n$ 의 최솟값은 67이다.

11. 다음은 유한소수로 나타내어지는 분수를 유한소수로 나타내는 과정이다. $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1 \times a}{5^2 \times a} = \frac{b}{100} = 0.04$$
$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times c}{2^3 \times 5 \times c} = \frac{75}{d} = 0.075$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1033

해설

$$\frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1 \times 4}{5^2 \times 4} = \frac{4}{100} = 0.04$$
$$\frac{3}{40} = \frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{75}{1000} = 0.075$$
$$a = 4, b = 4, c = 25, d = 1000$$
$$\therefore a + b + c + d = 1033$$

12. 분수 $\frac{17}{6}$ 을 소수로 나타내면?

- ① $2.8\dot{0}3$ ② $2.\dot{8}03$ ③ $2.80\dot{3}$ ④ $2.8\dot{3}$ ⑤ $2.\dot{8}3$

해설

$$17 \div 6 = 2.83333 \cdots = 2.8\dot{3}$$

13. 다음 순환소수 중 정수가 아닌 것을 모두 구하면?

- ① $10.\dot{9}$ ② $0.\dot{1}$ ③ $1.\dot{9}$ ④ $8.\dot{9}$ ⑤ $2.\dot{1}$

해설

$$\textcircled{1} 10.\dot{9} = \frac{109 - 10}{9} = \frac{99}{9} = 11 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 0.\dot{1} = \frac{1}{9}$$

$$\textcircled{3} 1.\dot{9} = \frac{19 - 1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{4} 8.\dot{9} = \frac{89 - 8}{9} = \frac{81}{9} = 9 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 2.\dot{1} = \frac{21 - 2}{9} = \frac{19}{9}$$

14. 분수 $\frac{5}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\frac{5}{7} = 0.714285714285\cdots = 0.\dot{7}1428\dot{5}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 2 이다.

15. 다음 순환소수 $1.2\dot{0}\dot{7}$ 를 기약분수로 나타내었을 때, 분모와 분자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 437

해설

$$1.2\dot{0}\dot{7} = \frac{1207 - 12}{990} = \frac{1195}{990} = \frac{239}{198}$$

$$\therefore 239 + 198 = 437$$

16. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 승연이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.4\bar{1}$ 이 되었고, 승민이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.\bar{3}1$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

- ① $\frac{31}{90}$ ② $\frac{37}{90}$ ③ $\frac{31}{99}$ ④ $\frac{32}{99}$ ⑤ $\frac{37}{99}$

해설

$$\text{승연 : } 0.4\bar{1} = \frac{37}{90},$$

$$\text{승민 : } 0.\bar{3}1 = \frac{31}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{승민이가 본 분자})}{(\text{승연이가 본 분모})} = \frac{31}{90} = A \text{ 이다.}$$

17. 순환소수 $3.\dot{4}\dot{5}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 33 ② 34 ③ 90 ④ 99 ⑤ 121

해설

$3.\dot{4}\dot{5} = \frac{345 - 3}{99} = \frac{38}{11}$ 이므로 A 는 11의 배수이어야 한다.
따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 34, 90이다.

18. 다음 분수를 순환소수로 나타낸 것은?

$$\frac{40 \times 99 + 131}{990}$$

- ① 4.08 $\dot{2}$
- ② 4.11 $\dot{2}$
- ③ 4.12 $\dot{2}$
- ④ 4.13 $\dot{2}$
- ⑤ 4.15 $\dot{2}$

해설

$$\frac{40 \times 99 + 131}{990} = \frac{4091}{990} = 4.13\dot{2}$$

19. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 0.1$$

- ① $0.\dot{5}$ ② $0.\dot{6}$ ③ $0.\dot{7}$ ④ $0.\dot{8}$ ⑤ $0.\dot{9}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\&= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\&= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\&= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = -x + 1 \\-x + 1 &= 0.1 \\ \therefore x &= 1 - 0.1 \\&= 1 - \frac{1}{10} \\&= \frac{9}{10} \\&= 0.\dot{9}\end{aligned}$$

20. 순환소수 $0.\dot{a}b$ 가 $\frac{13}{33}$ 일 때, 순환소수 $0.\dot{b}a$ 를 기약분수로 나타내어라.
(단, a, b 는 한 자리의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{31}{33}$

해설

$$0.\dot{a}b = \frac{10a + b}{99} = \frac{13}{33}$$

$$\therefore 10a + b = 39 \cdots \textcircled{1}$$

a, b 는 한 자리의 자연수이므로 $a = 3, b = 9$

$$\therefore 0.\dot{b}a = 0.\dot{9}3 = \frac{93}{99} = \frac{31}{33}$$

21. $\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 를 만족하는 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 에서 $\frac{1}{5} < \frac{a}{9} \leq \frac{2}{3}$, $\frac{9}{45} < \frac{5a}{45} \leq \frac{30}{45}$ 이므로

$9 < 5a \leq 30$, $\frac{9}{5} < a \leq 6$

$\therefore a = 2, 3, 4, 5, 6$

22. [A는 모두 B이다.]라는 문장이 있다. 이 문장의 A와 B에 아래에서 각각 알맞은 단어를 골라 넣어 참이 되게 하려고 한다. 참이 되는 경우는 모두 몇 가지인가? (단 A와 B에는 서로 같은 단어가 들어갈 수 없다.)

A	B
	소수
유리수	유한소수
정수가 아닌 유리수	무한소수
	유리수
	정수가 아닌 유리수

▶ 답 :

▷ 정답 : 2가지

해설

참이 되는 경우는
A : 유리수 → 참이 되는 B는 없다.
A : 정수가 아닌 유리수 → B : 소수, 유리수

- 23.** 7 이하의 자연수 a, b 에 대하여 $a \leq b$ 일 때, $[a, b] = a, < a, b > = b$ 라 하고, $a \diamond b = \frac{< a, b >}{[a, b]}$ 라고 정의할 때, $a \diamond b$ 의 값 중 무한소수가 되는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12개

해설

$a \diamond b = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$ 이다. 이들 중 무한소수가 되는 수는

분모가 3 인 경우는 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

분모가 6 인 경우는 $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}$

$$\begin{array}{cccc} & & 6' & 6' & 6' & 6' \\ & & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

분모가 7 인 경우는 $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$

따라서 $2 + 4 + 6 = 12$ (개)

24. $\frac{a}{2^3 \times 7}$ 를 약분하면 $\frac{1}{b}$ 이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 정수 a, b 의 값을 구하여라.(단, $10 < a < 15$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 14$

▷ 정답 : $b = 4$

해설

$\frac{a}{2^3 \times 7}$ 가 유한소수가 되어야 하므로 a 는 7의 배수이어야 한다.

따라서 $a = 14$ 이고, $\frac{14}{56} = \frac{1}{4}$ 이 되므로 $b = 4$ 이다.

25. 한 자리 자연수 x, y 에 대하여 $f(x, y) = 3(0.\dot{x}+0.\dot{y}) - 2(0.\dot{x}\dot{y}+0.\dot{y}\dot{x})$ 라고 정의할 때, $f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2)$ 를 만족하는 순서쌍 (x, y) 의 갯수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 12 개

해설

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= 3 \left(\frac{x}{9} + \frac{y}{9} \right) - 2 \left(\frac{100x + 10x + y}{999} + \frac{100y + 10y + x}{999} \right) \\
 &= \frac{1}{3}(x+y) - \frac{2}{9}(x+y) \\
 &= \frac{1}{9}(x+y) \quad f(1, 3) = \frac{1}{9}(1+3) = \frac{4}{9}, \\
 f(4, 2) &= \frac{1}{9}(4+2) = \frac{2}{3} \\
 f(1, 3) \leq f(x, y) \leq f(4, 2) &\text{ 이므로} \\
 \frac{4}{9} \leq \frac{1}{9}(x+y) \leq \frac{2}{3}, \quad \therefore 4 \leq x+y \leq 6 \\
 x, y &\text{ 가 자연수이므로} \\
 x = 1 \text{ 일 때, } y &= 3, 4, 5 \\
 x = 2 \text{ 일 때, } y &= 2, 3, 4 \\
 x = 3 \text{ 일 때, } y &= 1, 2, 3 \\
 x = 4 \text{ 일 때, } y &= 1, 2 \\
 x = 5 \text{ 일 때, } y &= 1 \\
 \text{따라서 순서쌍 } (x, y) \text{ 의 갯수는 } &3 \times 3 + 2 + 1 = 12 \text{ (개) 이다.}
 \end{aligned}$$