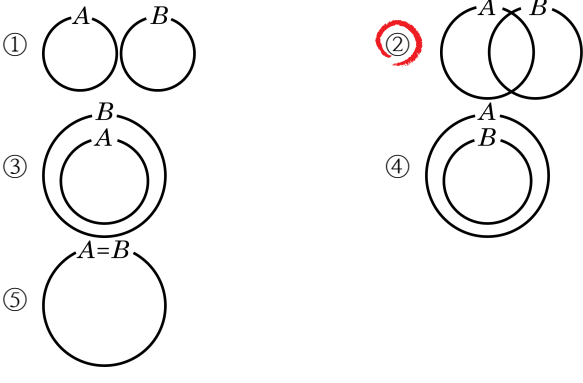


1. $A = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12\text{이하의 홀수}\}$ 일 때, 두 집합 사이의 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

2. 다음 두 집합 사이의 관계를 기호 $\subset$, $\not\subset$ 를 나타냈을 경우 $A \subset B$ 인 개수를 구하여라.

- ㉠ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d, e\}$
- ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 5\}$
- ㉢ $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$
- ㉣ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

㉠ $A \subset B$ ㉡ $A \not\subset B$ ㉢ $A \subset B$ ㉣ $B \subset A$

3. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개인 집합은?

- ① $\{0, 2\}$

② $\{\neg, \sqcup\}$

③ $\{\emptyset, a, e\}$

④ $\{a, b, c, d, e\}$

⑤ $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$

해설

- ① $2^2 = 4$ (개)

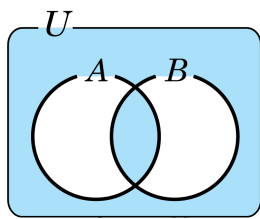
② $2^2 = 4$ (개)

③ $2^3 = 8$ (개)

④ $2^5 = 32$ (개)

⑤ 무수히 많다.

4. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합은?



- ① $A^c \cap B^c$ ② $(A - B)^c$
③ $(A - B) \cup (B - A)$ ④ $U - (A \cap B)$
⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

5. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{2, 6\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{2, 3, 4, b\}$, $B = \{3, a, 5, 7\}$ 을 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 10$

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{2, 6\}$ 이므로 $b = 6$ 이다. $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이다. 따라서 $a + b = 10$ 이다.

6. $x - 4 = 0$ 이 $x^2 + ax - 48 = 0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + ax - 48 = 0$$

$$\therefore 16 + 4a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 8$$

7. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20\text{미만의 소수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 16\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cap C) \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 90

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$, $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$, $C = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이다.
먼저 집합 A 와 C 의 교집합을 구하면 $\{1, 2, 4, 8\}$ 이다.
 $(A \cap C) \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 8, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.
따라서 모든 원소의 합은 $1+2+3+4+5+7+8+11+13+17+19 = 90$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{2, 4, a - 1\}$, $B = \{a - 8, a - 3, b + 2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 9\}$ 일 때, 집합 A 와 집합 B 의 합집합은?

① $\{2, 4, 8\}$

② $\{2, 4, 7, 9\}$

③ $\{2, 4, 8, 9\}$

④ $\{2, 4, 7, 8, 9\}$

⑤ $\{2, 4, 7, 9, 11\}$

해설

$$A \cap B = \{2, 9\} \text{이므로 } 9 \in A$$

$$a - 1 = 9 \quad \therefore a = 10$$

$$a = 10 \text{이므로 } B = \{2, 7, b + 2\}$$

$$9 \in B \text{이므로 } b + 2 = 9 \quad \therefore b = 7$$

$$A = \{2, 4, 9\}, B = \{2, 7, 9\}$$

$$\therefore A \cup B = \{2, 4, 7, 9\}$$

9. $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset, (A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{2, 6, 10\}$
- ② $\{4, 6, 10\}$
- ③ $\{4, 8, 10\}$
- ④ $\{6, 8, 10\}$
- ⑤ $\{2, 8, 10\}$

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{6, 10\} \subset X \subset \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로 집합 X 가 될 수 없는 집합은 ③, ⑤이다.

10. 지우네 반 학생 30 명 중 게임기를 가진 학생은 21 명, 휴대전화를 가진 학생은 19 명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11 명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수는?

① 8명 ② 11 명 ③ 19 명 ④ 21 명 ⑤ 30 명

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화를 가진 학생의 집합을 B 라 하면

$n(U) = 30$, $n(A) = 21$, $n(B) = 19$, $n(A \cap B) = 11$ 이다.

휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

11. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $\sim p \rightarrow r$ 가 모두 참일 때, 다음 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① $q \rightarrow \sim p$
- ② $\sim r \rightarrow p$
- ③ $q \rightarrow r$
- ④ $\sim r \rightarrow \sim q$
- ⑤ $q \rightarrow \sim r$

해설

$p \rightarrow \sim q$ 가 참이면 대우
 $\frac{q \rightarrow \sim p^{(1)}}{\text{㉠}}$ 도 참이다.

$\frac{\sim p \rightarrow r}{\text{㉡}}$ 가 참이면 대우 $\sim r \rightarrow p^{(2)}$ 도 참이다.

㉠, ㉡에서 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이고 $\sim p \rightarrow r$ 가 참이므로 $q \rightarrow r^{(3)}$ 도 참이다.

또한, $q \rightarrow r$ 가 참이므로 대우인 $\sim r \rightarrow \sim q^{(4)}$ 도 참이다.

따라서, 반드시 참이라고 할 수 없는 것은 ⑤이다.

12. m 이 실수 일 때, $2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 \geq k$ 를 만족하는 k 의 최댓값을 구하시오.
(단, $m \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

m 이 실수이고, $m \neq 0$ 이므로 $m^2 > 0$ 이다.

$$\begin{aligned}\text{따라서, } 2m^2 + \frac{8}{m^2} - 2 &\geq 2\sqrt{2m^2 \cdot \frac{8}{m^2}} - 2 \\ &= 2\sqrt{16} - 2 = 8 - 2 = 6\end{aligned}$$

13. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

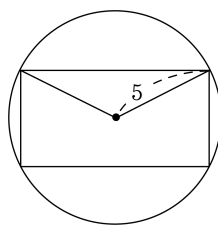
산술-기하평균 부등식에 의해,

$$\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2b}{a} \times \frac{2c}{b} \times \frac{2a}{c}} = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 6$$

14. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $10\sqrt{2}$
 ④ $20\sqrt{2}$ ⑤ $100\sqrt{2}$



해설

직사각형의 대각선의 길이는 10 이고,
 가로와 길이를 a , 세로의 길이를 b 라 하면
 $a^2 + b^2 = 100$
 코시-슈바르츠의 부등식에 의해
 $(1^2 + 1^2)(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$
 $\therefore 200 \geq (a + b)^2 \therefore a + b \leq 10\sqrt{2}$ 이므로
 직사각형 둘레의 길이의 최댓값은
 $2(a + b) = 20\sqrt{2}$

15. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 1, 3을 반드시 포함하고 9는 포함하지 않는 부분집합 중 원소의 개수가 4개인 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 원소 1, 3, 9를 제외한 $\{5, 7, 11\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 것은 $\{5, 7\}, \{7, 11\}, \{5, 11\}$ 의 3개이므로, 1, 3을 반드시 포함하고 9는 포함하지 않는 A 의 부분집합은 $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 11\}$ 이다.

16. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1\text{을 제외한 } 4\text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 짝수}\}$, $X = \{2, 4, 6, \dots, n\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 일 때, n 의 최댓값과 최솟값의 차는?

① 12 ② 16 ③ 20 ④ 24 ⑤ 28

해설

$A \subset X \subset B$ 이므로, $A = X$ 일 때, n 이 최솟값을 갖고, $X = B$ 일 때, n 이 최댓값을 갖는다.

따라서 $A = \{2, 4\} = X$, $n = 4$ (최솟값)

$B = \{2, 4, 6, \dots, 20\} = X$, $n = 20$ (최댓값)

$\therefore 20 - 4 = 16$

17. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 12, n(B) = 10, n(C) = 9, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 15, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

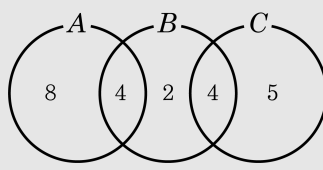
해설

$$n(B) = 10, n(C) = 9, n(B \cup C) = 15 \text{ 이므로}$$

$$n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$$

$A \cap C = \emptyset$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면 $\therefore n(A \cup B \cup C) =$

$$8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$$



18. 어떤 사건을 조사하는 과정에서 네 사람 A, B, C, D 중에서 한 명이 범인이라는 사실을 알았다. 용의자 네 명의 진술 중 옳은 것은 하나뿐 일 때, 그 진술을 한 사람과 범인을 차례로 쓴 것은?

A : 범인은 B 이다.
 B : 범인은 D 이다.
 C : 나는 범인이 아니다.
 D : B 는 거짓말을 하고 있다.

- ① A, D ② B, C ③ C, B ④ D, C ⑤ B, A

해설

B 가 옳은 진술이라면 범인은 D 가 되고 C 도 옳은 진술이 된다. 그러나 진실을 말한 사람은 한 명뿐이기 때문에 B 는 거짓이 되고, D 가 옳은 진술이 된다. D 를 제외한 나머지 모두 거짓말이 되기 때문에 범인은 C 다.

19. 집합 $P = \{2x+1|x \text{는 6보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5\}$, $B = \{5, 7, 9\}$ 에 대하여 $A \cup X = B \cup X$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4개

해설

$$P = \{2x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\} = \{3, 5, 7, 9, 11\}$$
$$A = \{3, 5\}, B = \{5, 7, 9\}$$

$A \cup X = B \cup X$ 를 만족하는 X 는 원소 3, 7, 9를 반드시 포함하는 집합 P 의 부분집합이다.

따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-3} = 4$ (개)

20. 집합 A, B, C 의 원소의 개수는 각각 3 개, 8 개, 10 개이다. $(A - C) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 를 만족하는 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(C - A) + n(C - B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(A - C) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 는
 $A - C = \emptyset, B - C = \emptyset \rightarrow A \subset C, B \subset C$
 $\therefore n(C - A) + n(C - B) = (10 - 3) - (10 - 8) = 5$