

1. 다항식  $x^3 - 2$ 를  $x^2 - 2$ 로 나눈 나머지는?

① 2

② -2

③  $-2x - 2$

④  $2x + 2$

⑤  $2x - 2$

해설

$$\frac{x^3 - 2}{x^2 - 2} = \frac{x^3 - 2x + 2x - 2}{x^2 - 2} = x + \frac{2x - 2}{x^2 - 2}$$

∴ 몫은  $x$ , 나머지는  $2x - 2$

2.  $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$ 을 전개한 식에서  $x^3$ 의 계수는?

- ① 31      ② 33      ③ 35      ④ 37      ⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

3. 다항식  $8x^3 - 1$ 을  $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 할 때  $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$$\therefore \text{상수항은 } -1$$

4. 다항식  $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

①  $(x-1)(x^2+3)$

②  $(x-1)(x^2-x-2)$

③  $(x-1)(x^2+3x+3)$

④  $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤  $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을  $A$ 로 치환하면

$$\text{준식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2 - 3A + 9)$$

다시  $x-1$ 을 대입하면  $(x+2)(x^2-5x+13)$

5. 다음 중 다항식  $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

①  $x - 3$

②  $x + 3$

③  $x^2 + 1$

④  $x^2 + 9$

⑤  $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

⑤  $x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$

6.  $f(x)$ 가  $x$ 의 다항식일 때,  $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 될 때,  $2a - b$ 의 값을 구하면?

① -6      ② -5      ③ -4      ④ -3      ⑤ -2

해설

준식의 양변에

$$x^2 = 2 \text{를 대입하면 } 4a + b = -16$$

$$x^4 = -1 \text{을 대입하면 } -a + b = -1$$

$$\therefore a = -3, b = -4$$

$$\therefore 2a - b = -2$$

7. 다항식  $x^3 + ax - 8$  을  $x^2 + 4x + b$  로 나눈 나머지가  $3x + 4$  이다. 상수  $a, b$  의 값을 구하면?

- ①  $a = -10, b = 3$                       ②  $a = 10, b = 3$   
③  $a = -10, b = -3$                     ④  $a = 7, b = 3$   
⑤  $a = -5, b = 4$

**해설**

몫을  $x + c$  라고 둔다면

$$x^3 + ax - 8 = (x^2 + 4x + b)(x + c) + 3x + 4$$

이차항의 계수 :  $c + 4 = 0$  에서  $c = -4$

상수항 :  $bc + 4 = -8$  에서  $b = 3$

일차항의 계수 :  $4c + b + 3 = a$  에서  $a = -10$

8.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수  $m-n$ 의 값은?

- ① 4      ②  $\frac{13}{3}$       ③  $\frac{14}{3}$       ④ 5      ⑤  $\frac{16}{3}$

**해설**

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에  $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면

$x = -1$ 일 때,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \text{①}$$

$$x = 2 \text{일 때, } (2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \text{②}$$

①, ②를 연립하면

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

9. 다항식  $f(x)$  를  $x^2 - 3x + 2$  로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$  , 나머지를  $R(x)$  라 할 때,  $R(0)$  의 값은?

- ①  $2f(1) - f(2)$                       ②  $2\{f(1) + f(2)\}$   
③  $2(1) + f(2)$                       ④  $4\{f(1) + f(2)\}$   
⑤  $4\{f(1) - f(2)\}$

해설

$$f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + ax + b$$
$$= (x - 1)(x - 2)Q(x) + ax + b$$

$$R(x) = ax + b, R(0) = b$$

$$f(1) = a + b, f(2) = 2a + b$$

$$2f(1) - f(2) = b$$

10. 다항식  $2x^{30} + 2x^{28} - x$ 를  $x+1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 할 때,  $Q(x)$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} 2x^{30} + 2x^{28} - x &= (x+1)Q(x) + R \\ \text{양변에 } x = -1 \text{을 대입 하면,} \\ 2 + 2 + 1 &= R \therefore R = 5 \\ \text{양변에 } x = 1 \text{을 대입 하면,} \\ 2 + 2 - 1 &= 2Q(1) + 5 \\ \therefore Q(1) &= -1 \end{aligned}$$

11.  $x + \frac{1}{x} = 1$ 일때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① 1      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 7

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 1 - 3 = -2$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x}$$

$$(-1) \times (-2) = x^5 + \frac{1}{x^5} + 1$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

해설

$x + \frac{1}{x} = 1$ 의 양변에  $x$ 를 곱하면

$$x^2 - x + 1 = 0, (x+1)(x^2 - x + 1) = 0,$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1, \frac{1}{x^3} = -1$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -x^2 - \frac{1}{x^2} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= -(-1) = 1$$

12.  $f(x) = 3x^3 - x + 2$  일 때,  $f(x+1) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$  이다. 이 때,  $A+B+C+D$ 의 값을 구하면?

- ① 4      ② 14      ③ 24      ④ 34      ⑤ 44

해설

$f(x+1) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$  에  $x = 1$  을 대입하면  
 $f(2) = A + B + C + D$  이므로  
 $f(2)$  를 구하기 위해서는  
 $f(x) = 3x^3 - x + 2$  에  $x = 2$  를 대입하면  
 $f(2) = 3 \times 2^3 - 2 + 2 = 24$

해설

$x+1 = t$  라 하면,  
 $f(t) = A(t-1)^3 + B(t-1)^2 + C(t-1) + D$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & 0 & -1 & 2 \\ & & 3 & 3 & 2 \\ \hline 1 & 3 & 3 & 2 & 4 \\ & & 3 & 6 & \\ \hline 1 & 3 & 6 & 8 & \\ & & 3 & & \\ \hline & 3 & 9 & & \end{array}$$

$\therefore A = 3, B = 9, C = 8, D = 4$   
 $\therefore A + B + C + D = 24$

13.  $x^4 + 4y^4 = (x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2)$  을 이용하여 다음 식의 값을 구하면?

$$\frac{(11^4 + 324)(23^4 + 324)(35^4 + 324)(47^4 + 324)}{(5^4 + 324)(17^4 + 324)(29^4 + 324)(41^4 + 324)}$$

- ① 192      ② 193      ③ 194      ④ 195      ⑤ 196

해설

$$\begin{aligned} x^4 + 4y^4 &= (x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) \\ &= ((x-y)^2 + y^2)((x+y)^2 + y^2) \text{ 이고,} \\ 324 &= 4 \times 3^4 \text{ 이므로} \\ 11^4 + 324 &= (11^2 - 2 \times 11 \times 3 + 2 \times 3^2)(11^2 + 2 \times 11 \times 3 + 2 \times 3^2) \\ &= ((11-3)^2 + 3^2)((11+3)^2 + 3^2) \\ &= (8^2 + 3^2)(14^2 + 3^2) \\ \text{따라서 차례대로 모두 정리해 보면 주어진 식은} \\ &= \frac{(8^2 + 3^2)(14^2 + 3^2)((20^2 + 3^2)(26^2 + 3^2))}{((2^2 + 3^2)(8^2 + 3^2)((14^2 + 3^2)(20^2 + 3^2))} \\ &= \frac{(32^2 + 3^2)(38^2 + 3^2)((44^2 + 3^2)(50^2 + 3^2))}{((26^2 + 3^2)(32^2 + 3^2)((38^2 + 3^2)(44^2 + 3^2))} \\ &= \frac{50^2 + 3^2}{2^2 + 3^2} = \frac{2509}{13} = 193 \end{aligned}$$

14.  $\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^5} = k \times 10^n$  (단,  $0 < k < 10$ ,  $n$ 은 자연수)로 나타낼 때,  $n$ 의 값을 구하면?

- ① 72      ② 71      ③ 70      ④ 69      ⑤ 68

해설

$$\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^5} = N \text{이라고 하면}$$

$$\frac{10^{85}}{10^{15} + 10^{15}} < N < \frac{10^{85}}{10^{15}}$$

$$\frac{10 \times 10^{84}}{2 \times 10^{15}} < N < \frac{10 \times 10^{84}}{10^{15}}$$

$$5 \times 10^{69} < N < 10 \times 10^{69}$$

$$\text{따라서 } N = k \times 10^{69} (5 < k < 10)$$

$$\therefore n = 69$$

15. 두 다항식  $x^3 - ax^2 - bx + 1$ ,  $x^3 + bx^2 + ax + 1$ 의 최대공약수가  $x$ 에 대한 일차식일 때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a - b$ 의 값은?

- ① -2      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

최대공약수를  $(x - \alpha)$ 라 하자. 인수정리에 의해

$$\alpha^3 - a\alpha^2 - b\alpha + 1 = 0 \quad \dots \text{①}$$

$$\alpha^3 + b\alpha^2 + a\alpha + 1 = 0 \quad \dots \text{②}$$

$$\text{②} - \text{①} = (b + a)\alpha^2 + (a + b)\alpha$$

$$= (a + b)\alpha(\alpha + 1) \dots \dots \text{③}$$

$a + b = 0$ 이면 두 다항식이 같아지므로 조건에 맞지 않는다

③에서  $\alpha(\alpha + 1) = 0 \therefore \alpha = 0$  또는  $-1$

i)  $\alpha = 0$  을 ①에 대입:  $1 = 0 \Rightarrow$  성립하지 않는다.

ii)  $\alpha = -1$  을 ①에 대입:  $-1 - a + b + 1 = 0$

$$\therefore a - b = 0$$