

1. 등식 $x^3 + x - 1 = (x - a)(x - b)(x - c)$ 가 항등식일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 3

④ 7

⑤ -7

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x - 1 \\ &= (x - a)(x - b)(x - c) \\ &= x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc \\ &\therefore a + b + c = 0, \quad ab + bc + ca = 1, \quad abc = 1 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3 \end{aligned}$$

2. $x = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}, y = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -2

④ 3

⑤ -4

해설

$$x + y = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} = 1$$

$$xy = \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}\right)\left(\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}\right) = \frac{1 - (-3)}{4} = 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} &= \frac{x^3 + y^3}{xy} \\ &= \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{xy} \\ &= -2\end{aligned}$$

3. 복소수 z 가 $z + \frac{1}{z} = 2i$ 를 만족할 때, $z^4 + \frac{1}{z^4}$ 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① 1 ② 8 ③ 20 ④ 32 ⑤ 34

해설

$$\left(z + \frac{1}{z}\right) = 2i, \left(z + \frac{1}{z}\right)^2 = -4$$

$$z^2 + \frac{1}{z^2} + 2 = -4, z^2 + \frac{1}{z^2} = -6$$

$$\left(z^2 + \frac{1}{z^2}\right)^2 = 36, z^4 + \frac{1}{z^4} = 36 - 2 = 34$$

4. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① I, II

② I, III

③ II, III, IV

④ II, IV

⑤ III, IV

해설

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
 $\therefore$ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
 $\therefore$ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
 $\therefore$ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
 $\therefore$ 옳다.

5. 동수와 용제는 $\sqrt{-4}\sqrt{-9}$ 의 값을 아래와 같이 서로 다르게 계산하였다. 틀린 계산 과정에서 처음으로 등호가 성립하지 않는 곳을 고른 것은?

동수: $\sqrt{-4}\sqrt{-9} \xrightarrow{\textcircled{1}} \sqrt{4i}\sqrt{9i} \xrightarrow{\textcircled{2}} \sqrt{36i^2} \xrightarrow{\textcircled{3}} -6$

용제: $\sqrt{-4}\sqrt{-9} \xrightarrow{\textcircled{4}} \sqrt{(-4)(-9)} \xrightarrow{\textcircled{5}} \sqrt{36} \xrightarrow{\textcircled{6}} 6$

- ①

㉠
- ②

㉡
- ③

㉢
- ④

㉣
- ⑤

㉤

해설

$a > 0$ 일 때, $\sqrt{-a} = \sqrt{ai}$ 이다.
또, $a < 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이다.

따라서 용제가 계산한 식 ㉣ 부분에서 처음으로 잘못되었다.

6. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 $r(x)$ 라 할 때, $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

① $-2r(x)$

② $-r(x)$

③ 0

④ $r(x)$

⑤ $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)\{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서 $g(x)$ 의 차수는 $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는 $-r(x)$ 이다.

7. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, $xf(x)-3$ 을 $x+1$ 로 나눈 몫과 나머지는?

① $xQ(x), -R-3$

② $xQ(x), -R+3$

③ $xQ(x), -R-6$

④ $xQ(x)+R, -R-3$

⑤ $xQ(x)+R, -R+3$

해설

$$f(x) = (x+1)Q(x) + R$$

$$\therefore xf(x) = x(x+1)Q(x) + xR$$

$$\therefore xf(x) - 3 = x(x+1)Q(x) + xR - 3$$

$$= (x+1)\{xQ(x)\} + (x+1)R - R - 3$$

$$= (x+1)\{xQ(x)+R\} - R - 3$$

8. 다항식 $f(x)$ 를 $x + \frac{1}{3}$ 으로 나누었을 때, 몫과 나머지를 $Q(x)$, R 라고 한다. 이 때, $f(x)$ 를 $3x + 1$ 으로 나눈 몫과 나머지를 구하면?

- ① $Q(x), R$ ② $3Q(x), 3R$ ③ $3Q(x), R$
④ $\frac{1}{3}Q(x), R$ ⑤ $\frac{1}{3}Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$f(x) = Q(x) \left(x + \frac{1}{3} \right) + R = \frac{1}{3} Q(x) (3x + 1) + R$$

9. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은

(3차항) $\times$ (상수항), (2차항) $\times$ (1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

10. 다음 다항식의 일차항의 계수는?

$$(1+x+x^2)^2(1+x)+(1+x+x^2+x^3)^3$$

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

- i) $(1+x+x^2)^2(x+1)$ 의 일차항의 계수
: $(1+x+x^2)^2$ 의 일차항에 1을 곱할 때,
계수= 2
: $(1+x+x^2)^2$ 의 상수항에 x 를 곱할 때,
계수= 1
- ii) $(1+x+x^2+x^3)^3$ 의 일차항의 계수
 $x+x^2+x^3=Y$ 라 하면,
 $(Y+1)^3=Y^3+3Y^2+3Y+1$
 $3Y=3x+3x^2+3x^3$
일차항의 계수= 3, 다른 항에는 일차항이 없다.
- i), ii)에서 $2+1+3=6$

11. $\frac{2x+3a}{4x+2}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, a 의 값을 구하면?
(단, $x \neq -\frac{1}{2}$)

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+2} = k \text{ (일정)라 놓으면}$$

$$2x+3a = k(4x+2) \text{ 에서 } (2-4k)x + (3a-2k) = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$2-4k = 0, 3a-2k = 0$$

$$\therefore k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3}$$

12. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 $f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 나누어 떨어지고 $f(x) + 2$ 는 $x + 1$ 로 나누어 떨어진다. 이 때, $a - 2b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) - 2$ 는 $x - 1$ 로 떨어지므로

$$f(1) - 2 = 0 \quad \therefore 1 + a + b - 2 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$f(x) + 2$ 는 $x + 1$ 로 나누어 떨어지므로

$$f(-1) + 2 = 0 \quad \therefore 1 - a + b + 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = -3 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = 2, b = -1 \quad \therefore a - 2b = 4$$

13. 다항식 $(x-1)(x-3)(x+2)(x+4)+21$ 를 인수분해 하면?

① $(x^2-x-5)(x^2+x-9)$

② $(x^2-x-5)(x^2-x-9)$

③ $(x^2+x+5)(x^2+x+9)$

④ $(x^2+x-5)(x^2+x-9)$

⑤ $(x^2-x+5)(x^2+x+9)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x-1)(x+2)(x-3)(x+4)+21 \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)+21\end{aligned}$$

$x^2+x=A$ 로 치환하면,

$$\begin{aligned}(A-2)(A-12)+21 &= A^2-14A+45 \\ &= (A-9)(A-5)\end{aligned}$$

$$\therefore (x^2+x-9)(x^2+x-5)$$

14. 합이 $2x^3 + x^2 - 5x + 2$ 이고, 최소공배수가 $x^4 - 3x^2 + 2x$ 인 두 식을 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(2) \times g(2)$ 의 값을 구하면?

- ① 12
- ② 22
- ③ 26
- ④ 32
- ⑤ 36

해설

$f(x) = Ga, g(x) = Gb$ (단, $a, b : \text{서로소}$)
 $f(x) + g(x) = G(a + b)$
 $\qquad \qquad \qquad = (x - 1)(x + 2)(2x - 1) \cdots \text{㉠}$
 $L = Gab = x(x - 1)^2(x + 2) \qquad \cdots \cdots \text{㉡}$
㉠, ㉡에서 $a + b$ 와 ab 가 서로소이므로
 $G = (x - 1)(x + 2)$
 $\therefore f(x)g(x) = LG = x(x - 1)^2(x + 2)(x - 1)(x + 2) = x(x - 1)^3(x + 2)^2$
 $\therefore f(2)g(2) = 32$

15. $w = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $1 + w + w^2 + \dots + w^{100}$ 의 값은?

- ① $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ ② $\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ ③ 0
 ④ $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$\begin{aligned}
 w &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 에서} \\
 w^2 &= \left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^2 = \frac{1 - 2\sqrt{3}i + 3i^2}{4} \\
 &= \frac{-2 - 2\sqrt{3}i}{4} = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \\
 w^3 &= w \cdot w^2 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \cdot \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 - 3i^2}{4} = 1 \\
 1 + w + w^2 &= 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = 0 \text{ 이므로} \\
 \therefore 1 + w + w^2 + w^3 + w^4 + \dots + w^{100} \\
 &= 1 + w + w^2 + w^3(1 + w + w^2) + \dots \\
 &\quad + w^{96}(1 + w + w^2) + w^{99}(1 + w) \\
 &= 0 + 0 + \dots + 0 + w^{99}(1 + w) = (w^3)^{33} \cdot (1 + w) \\
 &= 1 + w = 1 + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2}
 \end{aligned}$$

16. 두 포물선 $y = x^2 - 2ax + 4$, $y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4$ 중 하나만이 x 축과 만날 때, 상수 a 의 값의 범위를 구하면?

- ① $a \leq -5$ 또는 $-3 \leq a < -1$ 또는 $a > 0$
 ② $a \leq -4$ 또는 $-1 \leq a < 1$ 또는 $a > 2$
 ③ $a \leq -2$ 또는 $1 \leq a < 2$ 또는 $a > 3$
 ④ $a \leq 0$ 또는 $2 \leq a < 3$ 또는 $a > 5$
 ⑤ $a \leq 1$ 또는 $3 \leq a < 4$ 또는 $a > 9$

해설

이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$, $x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4 = 0$ 의 판별식을 각각 D_1 , D_2 라 하자. $y = x^2 - 2ax + 4$ 의 그래프가

x 축과 만날 조건은 $\frac{D_1}{4} = a^2 - 4 \geq 0$

$\therefore a \leq -2$ 또는 $a \geq 2$ ㉠

$y = x^2 - 2(a-1)x + 2a^2 - 6a + 4$ 의 그래프가 x 축과 만날 조건은

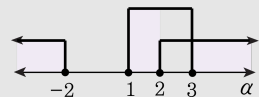
$\frac{D_2}{4} = (a-1)^2 - 2a^2 + 6a - 4 \geq 0$

$-a^2 + 4a - 3 \geq 0$, $a^2 - 4a + 3 \leq 0$

$(a-1)(a-3) \leq 0$

$\therefore 1 \leq a \leq 3$ ㉡

두 개의 포물선 중 하나만이 x 축과 만나려면 ㉠, ㉡을 수직선 위에 나타내어 ㉠, ㉡중 하나만을 만족하는 a 의 값의 범위를 구하면 된다.



따라서, 구하는 a 의 값의 범위는 $a \leq -2$ 또는 $1 \leq a < 2$ 또는 $a > 3$

17. $(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{49}x^{49} + a_{50}x^{50}$ 이라 할 때,
 $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2^{24} ④ 2^{25} ⑤ 2^{50}

해설

$$(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{50}x^{50}$$

$x = 1$ 을 양변에 대입하면

$$-1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{50} \cdots \textcircled{1}$$

$x = -1$ 을 양변에 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{49} + a_{50} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}) = 0$$

$$a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50} = 0$$

18. $x-1$ 로 나누면 나머지가 3, $x-2$ 로 나누면 나머지가 7, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 13이 되는 가장 낮은 차수의 다항식을 $f(x)$ 라 할 때, $f(-3)$ 의 값은?

① 7 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$$f(x) = k(x-1)(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = a + b + c = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2) = 4a + 2b + c = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$f(3) = 9a + 3b + c = 13 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 연립하여 풀면

$$a = 1, \quad b = 1, \quad c = 1$$

$f(x)$ 가 가장 낮은 차수가 되려면 $k = 0$

$$\therefore f(x) = x^2 + x + 1,$$

$$f(-3) = (-3)^2 + (-3) + 1 = 7$$

19. x^{30} 을 $x-3$ 으로 나눌 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면 $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과 R 과의 차는?

- ① $\frac{1}{2}(3^{29} + 1)$ ② $\frac{1}{2} \cdot 3^{30}$ ③ $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$
④ $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$ ⑤ $\frac{1}{2}(3^{29} - 1)$

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

$$x=3\text{을 대입하면 } 3^{30} = R$$

$Q(x)$ 의 계수의 총합은 $Q(1)$ 과 같으므로

$$x=1\text{을 대입하면 } 1 = -2Q(1) + 3^{30}$$

$$\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$$

$$\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$$

20. $a + b + c = 1$ 을 만족하는 세 실수 a, b, c 에 대하여 $x = a - 2b + 3c$, $y = b - 2c + 3a$, $z = c - 2a + 3b$ 라 할 때, $(x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 3

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$a + b + c = 1$ 이므로

$$x + y + z = 2a + 2b + 2c = 2(a + b + c) = 2$$

$$\therefore (x^2 + 2xy + 1) + (y^2 + 2yz + 1) + (z^2 + 2zx + 1)$$

$$= x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2zx + 3$$

$$= (x + y + z)^2 + 3$$

$$= 2^2 + 3 = 4 + 3 = 7$$

21. 두 다항식 $2x^2 + px + q$, $4x^2 + rx + s$ 의 최대공약수가 $2x + 1$ 이고 곱이 $8x^4 + 4x^3 - 62x^2 - 61x - 15$ 일 때, $p + q + r + s$ 의 합은?

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

두 다항식을 $A = aG$, $B = bG$ (a , b 는 서로소)라고 하면
 $AB = abG^2$ 이므로

$$8x^4 + 4x^3 - 62x^2 - 61x - 15 = ab(2x + 1)^2$$

$$\therefore 8x^4 + 4x^3 - 62x^2 - 61x - 15$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 (8x^2 - 4x - 60)$$

$$= (2x + 1)^2 (2x^2 - x - 15)$$

$$= (2x + 1)^2 (x - 3)(2x + 5)$$

$$\therefore 2x^2 + px + q = (2x + 1)(x - 3) = 2x^2 - 5x - 3,$$

$$4x^2 + rx + s = (2x + 1)(2x + 5) = 4x^2 + 12x + 5 \text{ 이므로}$$

$$p = -5, q = -3, r = 12, s = 5$$

$$\therefore p + q + r + s = 9$$

22. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최소공배수가 $x^3 + 6x^2 - x - 30$ 이고, 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?

- ① $2x^2 + 4x - 16$ ② $2x^2 + 3x - 8$ ③ $x^2 - 5x - 1$
- ④ $2x^2 + x + 4$ ⑤ $x^2 + 2x + 5$

해설

두 이차 다항식을 $A = a(x - 2)$, $B = b(x - 2)$ (a , b 는 서로소) 라고 하면

$$L = x^3 + 6x^2 - x - 30 = abG = ab(x - 2) \text{ 이고,}$$

L 을 인수분해하면

$$L = (x - 2)(x^2 + 8x + 15) =$$

$$\frac{(x - 2)}{G} \frac{(x + 3)(x + 5)}{ab}$$

따라서, 두 다항식은

$$(x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$$

$$(x - 2)(x + 5) = x^2 + 3x - 10 \text{ 이므로}$$

두 다항식의 합은

$$(x^2 + x - 6) + (x^2 + 3x - 10) = 2x^2 + 4x - 16$$

23. 최고차항의 계수가 1 인 두 이차다항식 A, B 에 대하여 A, B 의 최대공약수를 (A, B) , A, B 의 최소공배수를 $[A, B]$ 라 하자. 다항식 A, B 가

$$(A + B, A - B) = 2x - 3, [A + B, A - B] = 2x^2 + x - 6$$

을 만족할 때, $2[A, B] = 0$ 과 같은 해를 갖는 것은?

- ① $2x^3 + 5x^2 - 6x - 9$ ② $x^3 + 4x^2 - 2x - 7$
 ③ $x^3 - 3x^2 + 5x - 1$ ④ $3x^3 - x^2 + 2x - 1$
 ⑤ $-x^3 + 2x^2 - 5x + 7$

해설

$A = aG, B = bG$ (a, b 는 서로소) 라 하자.
 $(A + B, A - B) = ((a + b)G, (a - b)G) = 2x - 3$ 이므로
 G 는 $2x - 3$
 따라서 A, B 는 $2x - 3$ 으로 나누어떨어지고 a, b 는 일차식이다.
 또 $[A + B, A - B] = [(a + b)G, (a - b)G] = 2x^2 + x - 6$
 $= (x + 2)(2x - 3)$ 이므로 $(a + b)(a - b)G = (x + 2)(2x - 3)$
 $\therefore (a + b)(a - b) = x + 2$ 이고
 a, b 는 모두 일차식이므로
 $a + b = x + 2, a - b = 1$ 이라 하고 연립하여 풀면
 $a = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2},$
 $b = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
 $\therefore [A, B] = \left(\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right)(2x - 3)$
 $= \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}\right)(2x - 3)$
 $= \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{8}{4}x^2 - 3x + \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$
 $= \frac{1}{2}x^3 + \frac{5}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{9}{4}$
 $\therefore 2[A, B] = x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 3x - \frac{9}{2}$
 따라서 $2[A, B]$ 와 같은 것은 ① $2x^3 + 5x^2 - 6x - 9$ 이다.

24. 두 다항식 A, B 에 대하여 A 를 B 로 나눈 몫을 Q_1 , 나머지를 R_1 이라 할 때, B 는 R_1 로 나누어 떨어지고 그 몫은 Q_2 이다. 이 때, A, B 의 최소공배수는? (단, A 의 차수가 B 의 차수보다 크다.)

① AB

② $\frac{AB}{R_1}$

③ $\frac{AB}{Q_1}$

④ $\frac{AB}{Q_2}$

⑤ $\frac{AB}{Q_1Q_2}$

해설

주어진 조건을 식으로 나타내면

$A = BQ_1 + R_1 \cdots \textcircled{1}$

$B = R_1Q_2 \cdots \textcircled{2}$

유클리드의 호제법에 의하여

A 와 B 의 최대공약수는 B 와 R_1 의 최대공약수와 같다.

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 에서 B 와 R_1 의 최대공약수는 R_1 이므로

A 와 B 의 최대공약수는 R_1 이다.

따라서, A, B 의 최소공배수는 $\frac{AB}{R_1}$

25. z 이 복소수일 때, $z^2 = \bar{z}$ ($\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수)가 되는 모든 z 의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$z = a + bi$ 이면

$$z^2 = a^2 + 2abi - b^2 = a - bi = \bar{z}$$

$$a^2 - b^2 = a \cdots \textcircled{1}, 2ab = -b \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } b = 0 \text{ 또는 } a = -\frac{1}{2}$$

i) $b = 0$ 일 때, $\textcircled{1}$ 에서 $a = 0, 1$

$$\therefore z = 0 \text{ 또는 } 1$$

ii) $a = -\frac{1}{2}$ 일 때, $\textcircled{1}$ 에서 $b = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\therefore z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ 또는 } -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

i), ii)에 따라 모든 z 의 합은 0

26. 이차방정식 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $x^2 - 3x + 2 = 0$

② $x^2 + 4x + 6 = 0$

③ $x^2 + 3x - 4 = 0$

④ $x^2 - 4x + 6 = 0$

⑤ $x^2 + 2x - 3 = 0$

해설

근과 계수와의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(\alpha + 1) + (\beta + 1) = 4,$$

$$(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = 6$$

$\therefore \alpha + 1, \beta + 1$ 을 근으로 하는 방정식은

$$x^2 - 4x + 6 = 0$$

27. a, b, c, d 가 실수이고 $a^2 - b^2 = 3$, $c^2 + d^2 = 4$, $ab = 1$, $cd = 2$ 일 때, $a^2d^2 - b^2c^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$a^2 - b^2 = 3 \cdots \text{㉠}$$

$$c^2 + d^2 = 4 \cdots \text{㉡}$$

$$ab = 1 \cdots \text{㉢}$$

$$cd = 2 \cdots \text{㉣}$$

$$\text{㉡}, \text{㉣} \text{에서 } (c - d)^2 = 0 \quad (\because 2cd = 4)$$

$$\therefore c = d, \quad c^2 = d^2 = 2 \cdots \text{㉤}$$

$$\text{㉠}, \text{㉤} \text{에서 } a^2d^2 - b^2c^2 = 2(a^2 - b^2) = 2 \times 3 = 6$$

28. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하고, $g(x) = x^3 - x^2 - 3x + 3$ 라 할 때, $g(\alpha) \cdot g(\beta)$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 8

④ 11

⑤ 13

해설

근과 계수와의 관계에서 $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 1$

또, $g(x) = x^3 - x^2 - 3x + 3$

$= (x^2 - 3x + 1)(x + 2) + 2x + 1$

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 근이므로

$g(\alpha) = 2\alpha + 1$, $g(\beta) = 2\beta + 1$

$\therefore g(\alpha)g(\beta) = (2\alpha + 1)(2\beta + 1)$

$= 4\alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 1$

$= 4 + 6 + 1 = 11$

29. α, β 를 복소수라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $\alpha + \beta i = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$
- ② $\alpha + \beta i = r + \delta i$ 이면 $\alpha = r, \beta = \delta$
- ③ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$
- ④ $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$
- ⑤ $\alpha^2 < 0$

해설

- ① $\alpha = 1, \beta = i$ 이면 $\alpha + \beta i = 1 + i^2 = 0$ 이지만 $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ 이다.
 - ② $\alpha = 1, \beta = 1$ 이면 $\alpha + \beta i = 1 + i$ 이고, $r = 2, \delta = -1 + i$ 이면 $r + \delta i = 1 + i$ 에서 $\alpha + \beta i = r + \delta i$ 이지만 $\alpha \neq r, \beta \neq \delta$ 이다.
 - ③ $\alpha = 1, \beta = i$ 이면 $\alpha^2 + \beta^2 = 1 + i^2 = 0$ 이지만 $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$ 이다.
 - ④ $\alpha \neq 0$ 이고 $\beta \neq 0$ 이라 가정하고 $\alpha\beta = 0$ 의 양변에 $\frac{1}{\alpha}$ 을 곱하면 $\beta = 0$ 이 되어 모순이다. 따라서 $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 또는 $\beta = 0$ 이다.
 - ⑤ (순허수)² < 0 이나 $\alpha = 1 + i$ 이면 $\alpha^2 = (1 + i)^2 = 2i$ 가 되어 양수도 음수도 아니다.
- 따라서 옳은 것은 ④이다.

30. α, β 가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?(단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

- ㉠ $\alpha = \bar{\beta}$ 이면 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 모두 실수이다.

㉡ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

㉢ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

㉤ $\alpha + \beta i = 0$ 이면 $\alpha = 0, \beta = 0$ 이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 없다

해설

- ㉠ $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수)라 하면
 $\alpha = \bar{\beta}$ 이므로 $\beta = a - bi$
 $\therefore \alpha + \beta = (a + bi) + (a - bi) = 2a$
 $\alpha\beta = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$
 $\therefore \alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 실수이다.

㉡ :㉠에서 $\alpha\beta = a^2 + b^2 = 0, a, b$ 는 실수이므로 $a = 0, b = 0$ 즉, $\alpha = \beta = 0$ 이다.

㉢ : (반례) $\alpha = i, \beta = 1$
 $\therefore \alpha^2 + \beta^2 = i^2 + 1^2 = 0$

㉤ : (반례) $\alpha = 1, \beta = i$
 $\therefore \alpha + \beta i = 0$
 $\therefore$ ㉢, ㉤는 α, β 가 실수일 때만 성립한다.

31. 복소수 α, β 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\bar{\alpha}$ 는 α 의 켄레복소수이다.)

- ㉠ $\alpha + \bar{\alpha}$ 는 실수이다.

㉡ $\alpha - \bar{\alpha}$ 는 허수이다.

㉢ α^2 이 실수이면 α 도 실수이다.

㉤ $\overline{\alpha + \beta} = \bar{\alpha} + \bar{\beta}$ 이고 $\overline{\alpha\beta} = \bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉤

⑤ ㉡, ㉢

해설

$\alpha = a + bi, \beta = c + di$ (a, b, c, d 는 실수) 라 하면

㉠ $\alpha + \bar{\alpha} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

∴ 참

㉡ α 가 실수이면 $\alpha = \bar{\alpha}$ 이므로 $\alpha - \bar{\alpha} = 0$ 이다.

따라서 $\alpha - \bar{\alpha}$ 가 반드시 허수인 것은 아니다.

∴ 거짓

㉢ $i^2 = -1$ 은 실수이지만 i 는 순허수이다.

∴ 거짓

㉤ $\overline{\alpha + \beta} = \overline{(a + c) + (b + d)i}$
 $= (a + c) - (b + d)i$
 $= (a - bi) + (c - di)$
 $= \bar{\alpha} + \bar{\beta}$

$\overline{\alpha\beta} = \overline{(ac - bd) + (ad + bc)i}$
 $= (ac - bd) - (ad + bc)i$
 $= (a - bi)(c - di)$
 $= \bar{\alpha} \cdot \bar{\beta}$

∴ 참

32. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한<보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
- ㉡ $k = 1$ 이면 두 근은 같다.
- ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
- ㉣ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$

- ㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>
- ㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 두 근은 같다.<참>
- ㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>
- ㉣ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1+k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.<참>

33. 이차방정식 $x^2 + 6x + 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}} + \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$ 의 값을 다음과 같이 구하였다. 아래 풀이 과정에서 처음으로 잘못된 곳은?

근과 계수와의 관계에서
 $\alpha + \beta = -6, \alpha\beta = 6 \quad \cdots \text{㉠}$
 $\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha}} + \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\beta}}$
 $= \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} + \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} \cdots \text{㉡}$
 $= \frac{\alpha + \beta}{\sqrt{\alpha\beta}} \cdots \text{㉢}$
 $= -\sqrt{6} \cdots \text{㉣}$

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣
- ⑤ 잘못된 곳이 없다.

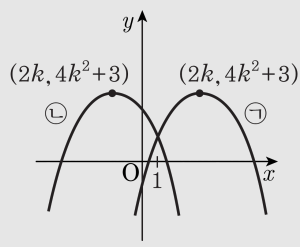
해설

$x^2 + 6x + 6 = 0$ 의 두 근은 $x = -3 \pm \sqrt{3}$ 에서
 $\alpha = -3 + \sqrt{3} < 0, \beta = -3 - \sqrt{3} < 0$
 $\therefore \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} = -\sqrt{\alpha\beta}$
 $\therefore \frac{\beta}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} + \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}} = \frac{\beta}{-\sqrt{\alpha\beta}} + \frac{\alpha}{-\sqrt{\alpha\beta}}$
 $= -\frac{\alpha + \beta}{\sqrt{\alpha\beta}}$
따라서 처음으로 잘못된 부분은 ㉢이다.

34. $x \geq 1$ 에 대하여 $y = -x^2 + 4kx + 3$ 이 최댓값 11 을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하면?

- ① $\frac{9}{4}$ ② $\sqrt{2}$ ③ $-\sqrt{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설



$$y = -x^2 + 4kx + 3 = -(x - 2k)^2 + (4k^2 + 3)$$

$$\textcircled{1} \text{ 경우 : } 2k \geq 1 \Rightarrow k \geq \frac{1}{2}$$

$$\text{최대 : } 4k^2 + 3 = 11, k^2 = 2$$

$$\therefore k = \sqrt{2} \quad \left(\because k \geq \frac{1}{2} \right)$$

$$\textcircled{2} \text{ 경우 : } 2k \leq 1 \Rightarrow k \leq \frac{1}{2}$$

$$\text{최대 : } y = -1 + 4k + 3 = 4k + 2 = 11$$

$$k = \frac{4}{9} \text{ 인데 } k \leq \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$\therefore$ 해가 존재하지 않음.

$$\therefore k = \sqrt{2}$$

35. 이차함수 $y = x^2 - 2(m+1)x + 4m$ 의 최솟값을 a 이라 할 때, a 의 최댓값은?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2(m+1)x + 4m \\ &= \{x^2 - 2(m+1)x + (m+1)^2 - (m+1)^2\} + 4m \\ &= \{x - (m+1)\}^2 - (m+1)^2 + 4m \\ \therefore \text{최솟값 } M &= -(m+1)^2 + 4m \\ &= -m^2 + 2m - 1 \\ &= -(m^2 - 2m + 1) \\ &= -(m-1)^2 \end{aligned}$$

따라서 a 의 최댓값은 0 이다.

36. 이차함수 $y = -2x^2 + 4mx + m - 1$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{9}{8}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

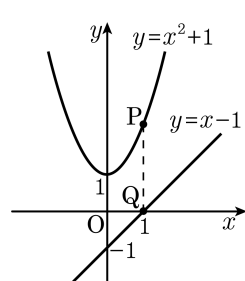
$$y = -2x^2 + 4mx + m - 1 = -2(x - m)^2 + m - 1 + 2m^2$$

$$M = 2m^2 + m - 1 = 2\left(m + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$$

M 은 $m = -\frac{1}{4}$ 일 때 최솟값 $-\frac{9}{8}$ 를 갖는다.

37. 포물선 $y = x^2 + 1$ 위의 한 점 P 에서 y 축에
평행인 직선을 그어 직선 $y = x - 1$ 과 만나는
점을 Q 라 할 때 $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{6}{5}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$



해설

$\overline{PQ}$ 가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의
x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를
 $(t, t^2 + 1)$ 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 $(t, t - 1)$

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서 $t = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 $\frac{7}{4}$

38. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 16
- ② 20
- ③ 36
- ④ 55
- ⑤ 64

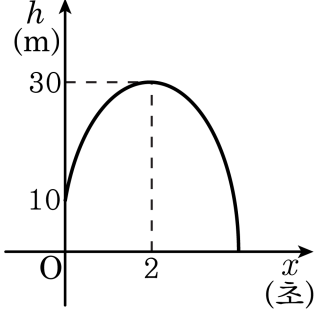
해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

39. 다음 그림은 지면으로부터 10m 높이에서 던져 올린 물체의 운동을 나타내는 그래프이다. 던진 후 몇 초 만에 다시 지면으로 떨어지는가?



- ① 4 초
- ② $(\sqrt{6}-2)$ 초
- ③ $(2+\sqrt{6})$ 초
- ④ 5 초
- ⑤ 6 초

해설

$y = a(x-2)^2 + 30$ 이고, $(0, 10)$ 을 지난다.
 $10 = 4a + 30$
 $\therefore a = -5$
 $\therefore y = -5(x-2)^2 + 30 = -5x^2 + 20x + 10$
 $x^2 - 4x - 2 = 0$
 $\therefore x = 2 + \sqrt{6} \ (\because x > 0)$

40. 지면으로부터 20 m 높이의 옥상에서 초속 20 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, 관계식 $h = 20t - t^2 + 20$ 이 성립한다. 높이가 가장 높을 때는 던진 후 몇 초 후인가?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}h &= 20t - t^2 + 20 \\&= -(t^2 - 20t) + 20 \\&= -(t - 10)^2 + 120\end{aligned}$$

따라서 $t = 10$ 일 때 최댓값 120 를 가진다.